

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

Departamento de Óptica



TESIS DOCTORAL

**Contribución a la teoría de Biot sobre propagación de
ondas acústicas en sedimentos saturados en una
mezcla de fluidos:**

teoría generalizada de Biot

TESIS DOCTORAL

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR

PRESENTADA POR

Marina Camarasa Rius

Director:

Rafael Carbo Fite

Madrid, 2002

ISBN: 978-84-669-0392-9

© Marina Camarasa Rius, 1992



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE



5314280787

T1-1992/45

INSTITUTO DE ACUSTICA
C.S.I.C.

TESIS DOCTORAL

**CONTRIBUCION A LA TEORIA DE BIOT SOBRE
PROPAGACION DE ONDAS ACUSTICAS EN
SEDIMENTOS SATURADOS EN UNA MEZCLA DE
FLUIDOS: TEORIA GENERALIZADA DE BIOT.**

DIRECTOR: RAFAEL CARBO FITE



DEPARTAMENTO DE FISICA DE MATERIALES
FACULTAD DE FISICAS
UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

MARINA CAMARASA RIUS

1992

Con cariño a Jose

AGRADECIMIENTOS

Quiero expresar aquí mi agradecimiento a las muchas personas que me han prestado su ayuda.

En primer lugar quiero rendir mi particular homenaje a un maestro que ya no está entre nosotros: MAURICE A. BIOT (desaparecido en 1985). El fue la "guía" que estuvo conmigo a lo largo de todo el trabajo.

Quiero expresar mi gratitud a todos los miembros del Departamento de Física de Materiales y muy especialmente al Profesor Dr. D. JAVIER PIQUERAS de NORIEGA por la gentileza de haber accedido a actuar como tutor de esta Tesis en la Facultad.

Quiero hacer constar mi sincero agradecimiento a D. VICENTE DIAZ LOZANO por el esmerado trabajo de delineación y rotulación, a D. RUFO VAQUERO LOPEZ y a D. CARLOS PUIGCERCUS por su cuidada labor de reprografía, así como a Dña. M^a TERESA MARQUES EPIFANIO por su eficiente trabajo de mecanografiado.

He recibido innumerables muestras de apoyo de mis colegas D. MARIO GARCIA de MARIA y D. VICENTE LOPEZ SORIANO que generosamente han colaborado con sus críticas y consejos; así como a otros muchos compañeros que me han ayudado aún sin ni siquiera saberlo.

Y con el director de esta Tesis, el Dr. D. RAFAEL CARBO FITE tengo una especial deuda de gratitud, simplemente por estar junto a mí en los momentos en que lo precisaba. Sin su estrecha colaboración y singular paciencia este trabajo difícilmente hubiera salido a la luz. El me ha abierto las puertas hacia este apasionante mundo científico, y por todo ello se lo agradezco.

Reservo mi gratitud más profunda para quienes soportaron confiadamente durante años y sin garantías todos mis esfuerzos y desalientos animándome continuamente. Gracias a JOSE, mi marido y a toda mi familia, MARIA JOSE, MARINA y JOSE MARIA.

INDICE

GLOSARIO DE SIMBOLOS.....	VI
---------------------------	----

INTRODUCCION.....	1
-------------------	---

- Acerca del medio poroso.....	3
- Acerca de la teoría de Consolidación.....	4
- Problema propuesto.....	5

CAPITULO 1: GENERALIZACION DE LA TEORIA DE BIOT

1.1.- Relaciones Tensión-Deformación.....	7
1.2.- Ecuaciones del movimiento.....	14
1.2.1.- Respecto del coeficiente de Darcy.....	19
1.2.2.- Coeficientes Dinámicos.....	22
1.3.- Ecuaciones de propagación.....	28
1.4.- Ondas transversales.....	35
1.4.1.- Ondas elásticas.....	35
1.4.2.- Ondas atenuadas.....	37
1.4.2.1.- Bajas frecuencias.....	37
1.4.2.2.- Altas frecuencias.....	42
1.5.- Ondas longitudinales.....	46
1.5.1.- Ondas elásticas.....	46
1.5.2.- Ondas atenuadas.....	49
1.5.2.1.- Bajas frecuencias.....	49
1.5.2.2.- Altas frecuencias.....	52

CAPITULO 2: CARACTERISTICAS ACUSTICAS DE SEDIMENTOS REALES SATURADOS

2.1.- Introducción.....	54
2.2.- Caracterización del fondo sedimentario.....	55
2.3.- Consideraciones teóricas.....	59
2.4.- Valoración de las características acústicas del sistema trifásico..	69
2.5.- Ondas elásticas.....	71
2.5.1.- Ondas transversales.....	72
2.5.2.- Ondas longitudinales.....	74
2.5.2.1.- Ondas de primer orden.....	79
2.5.2.2.- Ondas de segundo orden.....	81
2.5.2.3.- Ondas de tercer orden.....	83
2.6.- Ondas atenuadas.....	83
2.6.1.- Definición de $F(\Gamma)$	86
2.6.2.- Ondas transversales.....	93
a) Velocidad.....	94
b) Absorción.....	96
2.6.3.- Ondas longitudinales.....	99
2.6.3.1.- Ondas de primer orden.....	100
a) Velocidad.....	100
b) Absorción.....	103
2.6.3.2.- Ondas de segundo orden.....	108
a) Velocidad.....	108
b) Absorción.....	110
2.6.3.3.- Ondas de tercer orden.....	112
a) Velocidad.....	113
b) Absorción.....	116

CAPITULO 3: MEDIDA DE LAS CARACTERISTICAS ACUSTICAS

3.1.- Introducción.....	118
--------------------------------	------------

3.2.- Comportamiento de la señal radiada.....	119
3.2.1.- Forma del impulso.....	119
3.2.2.- Forma de la señal acústica.....	119
3.3.- Método de medida.....	124
3.3.1.- Caracterización del fondo sedimentario.....	131
3.3.2.- Velocidad.....	132
3.3.3.- Absorción.....	132
3.4.- Dispositivo de medida.....	137
3.4.1.- Sistema de transducción.....	138
3.4.2.- Sistema de medida.....	138
a) Sistema de emisión.....	143
b) Sistema de recepción.....	144
c) Control y procesado de la señal.....	145

CAPITULO 4: ANALISIS EXPERIMENTAL DEL SEDIMENTO POROSO

4.1.- Introducción.....	146
4.2.- Propiedades del sedimento poroso.....	148
4.3.- Medidas en el agua.....	153
4.3.1.- Velocidad.....	153
4.3.2.- Atenuación.....	156
4.4. Medidas en el sedimento de Biot.....	160
4.4.1.- Velocidad.....	160
4.4.2.- Absorción.....	161
4.5.- Medidas en el sedimento saturado de una mezcla de agua y aire.....	164
4.5.1.- Velocidad.....	188
4.5.2.- Absorción.....	190

RESUMEN Y CONCLUSIONES.....	204
APENDICE I.....	208
BIBLIOGRAFIA.....	212

GLOSARIO DE SIMBOLOS

- C = Operador de relación entre las componentes de la tensión y la deformación
 D = Función de disipación
 E_p = Energía potencial
 E_c = Energía cinética
 $F(\Gamma)$ = Función compleja
 H = Operador de relación entre las componentes de la tensión y la deformación
 J_0 = Función Bessel de orden cero
 K_b = Módulo de compresibilidad del sedimento drenado
 K_s = Módulo de compresibilidad del sólido
 K_1 = Módulo de compresibilidad del agua
 K_2 = Módulo de compresibilidad del aire
 K = Número de onda
 M = Operador de relación entre las componentes de la tensión y la deformación
 Q_1 / Q_2 = Constantes físicas de acoplamiento
 R_1 / R_2 = Constantes físicas de la estructura
 U_i = Componentes del vector desplazamiento en el agua
 $\vec{U}(\vec{r}, t)$ = Vector desplazamiento en el agua
 V_i = Componentes del vector desplazamiento en el aire
 $\vec{V}(\vec{r}, t)$ = Vector desplazamiento en el aire
 V_{rt} = Velocidad de referencia de las ondas transversales
 V_{rl} = Velocidad de referencia de las ondas longitudinales
 a_{ij} = Parámetros adimensionales que relacionan los coeficientes elásticos
 b = Coeficiente de Darcy
 b_{ij} = Parámetros adimensionales de densidad relativa
 c = Factor de tortuosidad
 d = Diámetro de los poros
 e = Dilatación del sólido

VII

e_{ij} = Componentes de la deformación en el sólido

f_{lim} = Frecuencia límite

f = Frecuencia

$j = \sqrt{-1}$

m_1/m_2 = densidad de masa aparente del agua/ aire

p = Presión del fluido

\vec{r} = Vector desplazamiento

t = Tiempo

u_i = Componentes del vector desplazamiento en el sólido

$\vec{u}(\vec{r}, t)$ = Vector desplazamiento en el sólido

v_t = Velocidad de las ondas transversales

v_l = Velocidad de las ondas longitudinales

$x/y/z$ = Coordenadas espaciales

∇^2 = Laplaciano

α = Coeficiente de absorción

β = Porosidad

β_1 = Contenido de agua en los poros

γ_1/γ_2 = Viscosidad dinámica del agua/ aire

δ = Factor de estructura

$\varepsilon_1/\varepsilon_2$ = Dilatación en el agua/ aire

ζ_1/ζ_2 = Incremento de contenido de agua/aire en el sedimento

ζ = Deformación en el fluido

χ = Permeabilidad

λ = Constante de Lamé

μ = Operador que relaciona las componentes de las tensiones y las deformaciones

ν = Viscosidad cinemática

Ω = Compresibilidad no empaquetada

ρ_{ij} = Densidades efectivas

ρ_f = Densidad del fluido

ρ_s = Densidad del sólido

ρ_l = Densidad del agua

ρ_g = Densidad del aire

ρ_a/ρ'_a = Densidad aparente en agua/aire

ρ_1 = Densidad del sólido en el agregado

ρ_2 = Densidad del fluido en el agregado

σ_{ij} = Tensiones en la parte sólida del sedimento

σ_1/σ_2 = Tensiones en el agua/aire del sedimento

θ = Coeficiente de contenido de fluido

τ_{ij} = Tensiones totales actuando en la superficie de un elemento de volumen

ω = Frecuencia angular

w_c = Frecuencia característica

INTRODUCCION

El fondo del océano es uno de los entornos naturales en el que el hombre con su estudio e ingenio ha aprendido a interaccionar, siendo su propósito el de aprovechar la "riqueza" que la Naturaleza -una vez más- pone a su alcance.

Uno de los métodos más interesantes que nos sirven para obtener un conocimiento del fondo del mar, está basado en la propagación de ondas acústicas, ya que ofrece la posibilidad de recoger información de su constitución sin necesidad de acceder al fondo, que puede encontrarse a miles de metros de profundidad. La interacción de las ondas sonoras generadas desde el agua con el fondo submarino permite identificar sus propiedades acústicas (velocidad y atenuación), estando éstas íntimamente relacionadas con sus propiedades físicas⁽¹⁾.

Al hablar de un fondo marino nos estamos refiriendo a un medio que está constituido por una mezcla de agua, masa rocosa y un conjunto de partículas sólidas formadas por gránulos de arena y materia biológica descompuesta que se va depositando y compactando gradualmente debido a la presión que la gran masa de agua salada ejerce sobre ella.

Cuando se pretende describir la propagación de ondas sonoras en sedimentos saturados, se hace necesario recurrir a ciertos modelos fenomenológicos que tengan en cuenta características tanto físicas como acústicas del propio medio; en particular, las características acústicas fundamentales serán la velocidad de propagación de los distintos tipos de ondas, así como las principales fuentes de atenuación.

Los sedimentos naturales se extienden a lo largo de todo el rango de porosidades, desde suspensiones altamente porosas hasta rocas de baja porosidad. Las porosidades en los sedimentos marinos varían desde aproximada-

mente el 40% hasta más del 90%⁽²⁾. Las rocas sedimentarias, por el contrario, tienen porosidades desde un 30% hasta menos del 1%.

Generalmente, el comportamiento acústico de materiales altamente porosos vienen siendo tratados mediante TEORIA DE SUSPENSIONES DILUIDAS⁽³⁾, mientras que para materiales de baja porosidad se suele plantear el problema mediante TEORIA DE SOLIDOS POROSOS⁽⁴⁾. En este sentido, toma especial interés una teoría rigurosa y potente desarrollada por BIOT a partir del año 1941⁽⁵⁻⁸⁾ denominada TEORIA DE CONSOLIDACION DEL SUELO. Fue posteriormente ampliada en el año 1955⁽⁹⁾ al estudiar sólidos porosos saturados de fluido dando lugar a lo que se conoce como TEORIA DE BIOT⁽¹⁰⁻¹¹⁾, la cual permite obtener las ecuaciones de propagación de ondas elásticas en un sedimento poroso.

En la actualidad, esta teoría viene siendo la base de la mayor parte de las investigaciones dentro del campo de la propagación acústica en materiales porosos. La teoría de Biot, aún siendo una teoría matemática simple, es capaz de cubrir el espectro completo de porosidades.

Es de señalar, que la aceptación generalizada de esta teoría tiene lugar cuando en el año 1970 STOLL y BRYAN⁽¹²⁾ y STOLL⁽¹³⁻¹⁴⁾ demostraron su aplicación a sedimentos naturales marinos. Además, una muestra de que la teoría de Biot no ha quedado aún obsoleta, lo encontramos en el hecho de que los estudios experimentales encaminados a demostrar las predicciones teóricas deducidas por Biot en 1941 no pudieron corroborarse hasta el año 1980 con las experiencias realizadas por PLONA⁽¹⁵⁾ y BERRYMAN⁽¹⁶⁾.

En este sentido, son interesantes también los estudios realizados por OGUSHWITZ en el año 1985 sobre la validez de la teoría de BIOT aplicada tanto a rocas sedimentarias⁽¹⁷⁾ saturadas como a suspensiones⁽¹⁸⁾.

ACERCA DEL MEDIO POROSO

El medio considerado por Biot está compuesto por un sólido elástico poroso saturado de un fluido viscoso y compresible, pudiendo fluir respecto del sólido con el correspondiente rozamiento.

La acumulación de partículas sedimentarias sobre un fondo marino constituye un material poroso totalmente similar al descrito por Biot y que estará compuesto de sólidos granulares (arena, fango, barro, etc.), siendo agua el fluido que llena los poros.

Sin embargo, es posible encontrar zonas del fondo marino en las que el material poroso no esté compuesto exclusivamente de granos y poros de agua, sino que debido a diversos factores tales como la descomposición de la materia orgánica existente, se desprenden ciertas cantidades de gases, que en parte pasarán a la masa fluida del Océano y en parte quedarán "atrapadas" en el fondo, llenando parcial o completamente los poros.

De esta manera, podemos definir un nuevo tipo de medio poroso-elástico diferente al utilizado por Biot. A pesar de que este medio sigue conteniendo dos partes fundamentales: sólido (granos) y poros, la diferencia estriba en los dos fluidos que, conjuntamente, llenan los poros (generalmente agua y gas).

Otra situación interesante que se puede presentar y en la que podemos definir este nuevo medio poroso, aparece en las playas y zonas de poca profundidad, donde los porcentajes de contenido de ambos fluidos (en este caso agua y aire) pueden llegar a alcanzar rangos de variabilidad muy amplios.

ACERCA DE LA TEORIA DE CONSOLIDACION

En síntesis, la teoría de Consolidación se explica teniendo en cuenta que las tensiones originadas debido al paso de una onda elástica a través de un medio, producen en éste una deformación que, junto con los fenómenos que en torno a él tienen lugar (elásticos, termodinámicos, físico-químicos, etc), provocan la adaptación gradual del medio.

El estudio de la consolidación se reduce a un problema de elasticidad y es totalmente similar al proceso de "eliminación" del fluido en un medio poroso constituido por una porción de sólido (arena, arcilla, etc.) mezclada con parte de fluido (generalmente agua).

La adaptación que experimenta un suelo debido a la acción de una carga (paso de una onda acústica) no es instantánea, sino que sufre una adaptación lenta dependiendo de la velocidad con que el fluido va siendo eliminado fuera de los poros, traduciéndose en una disminución de la porosidad (fenómeno conocido como CONSOLIDACION).

Bajo el punto de vista elástico se dice que la estructura se va deformando debido a las tensiones que aparecen en parte en el sólido constituyente y en parte en el fluido⁽¹⁹⁾.

El movimiento relativo del fluido en los poros será por tanto de tipo Poiseuille (régimen laminar), siendo válida esta aproximación hasta una determinada frecuencia que depende de la viscosidad cinemática del fluido y del tamaño de los poros.

Las ecuaciones diferenciales que rigen la consolidación de estructuras elásticas fueron planteadas por BIOT, teniendo en cuenta que todos los fenómenos que en torno a ellos se producen son transitorios; es decir, será necesario considerar la distribución de tensiones, contenido de fluido y, en definitiva, todo el proceso como una función del tiempo.

A partir de las relaciones tensión-deformación, BIOT pudo desarrollar las ecuaciones de propagación de ondas elásticas en un medio poroso saturado de fluido^(10,11). El resultado fundamental de la teoría de Biot es la predicción de la existencia de dos ondas longitudinales que las denominó "ondas rápidas" o de primer orden y "ondas lentas" o de segundo orden, propagándose a velocidades distintas, así como una sola onda transversal como si de un sólido se tratase.

Con respecto a las ondas longitudinales es interesante señalar que las ondas rápidas son las únicas que pueden ser observadas en la mayoría de los sistemas porosos. Solamente es posible detectar las ondas lentas en medios porosos saturados con agua en donde las partículas sólidas sedimentarias poseen una simetría perfecta⁽²⁰⁾ o bien en materiales superconductores⁽²¹⁾.

PROBLEMA PROPUESTO

A lo largo de este trabajo pretendemos estudiar el comportamiento acústico de las ondas sonoras que se propagan en un sedimento poroso-elástico compuesto de una parte sólida formada por granos de arena y poros conteniendo agua y aire:

MEDIO POROSO : ARENA + AGUA + AIRE

Siguiendo rigurosamente la teoría de Biot, analizaremos en el Capítulo

primero la respuesta del medio poroso al ser atravesado por una onda acústica, como si de una estructura elástica se tratase al ser deformado por una causa exterior.

Planteando las relaciones tensión-deformación, podemos llegar a obtener las ecuaciones de propagación, a partir de las cuales estaremos en disposición de deducir teóricamente en el Capítulo segundo las características acústicas de velocidad y atenuación de las ondas sonoras a través del medio poroso.

El desarrollo experimental se describe en los siguientes capítulos, donde el procedimiento para llevarlo a cabo se explica en el Capítulo tercero y los resultados obtenidos en el Capítulo cuarto.

CAPITULO 1

GENERALIZACION DE LA TEORIA DE BIOT

1.1.- RELACIONES TENSION-DEFORMACION

Para obtener la deformación que sufre un fondo sedimentario debido a todos los fenómenos que se producen al paso de una onda sonora, es preciso encontrar primeramente las relaciones entre las tensiones y las deformaciones, teniendo en cuenta los tensores de deformación y de tensión en la estructura sólida y en el fluido⁽²²⁾.

Comenzamos a plantear los diferentes tensores considerando un volumen elemental formado por una porción de sólido y una de fluido, que podemos representar mediante un cubo, de forma que el elemento de volumen sea muy grande comparado con el tamaño de los poros y granos, pero al mismo tiempo muy pequeño comparado con la longitud de onda y con la escala de fenómenos que interesan.

Bajo estas suposiciones, podrá considerarse a todo el volumen como macroscópicamente homogéneo e isótropo, y ser tratado al mismo tiempo como infinitesimal en un desarrollo matemático.

La tensión promedio en el volumen vendrá representada por fuerzas distribuidas uniformemente en las caras del elemento cúbico.

El tensor de tensiones se puede separar en tres partes:

- Las componentes de las tensiones actuando en la parte sólida de cada una de las caras del cubo, tal y como se muestra en la Figura 1.1.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (1.1.1)$$

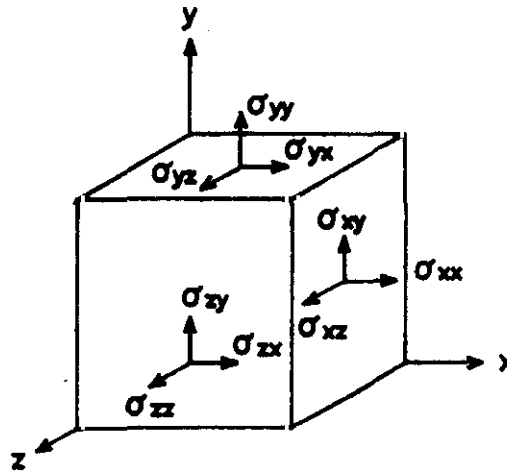


Figura 1.1.- Tensiones que actúan sobre cada una de las caras de un elemento cúbico de material sólido.

Estas tensiones vienen representadas mediante σ_{ij} ($i=x,y,z$ $j=x,y,z$). El primer subíndice representa la cara sobre la que actúa la tensión y el segundo denota la dirección. Al ser simétrico el tensor de tensiones se cumplirá que $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ y por consiguiente solo habrá seis componentes independientes.

- Las componentes de las fuerzas (por unidad de superficie) actuando en ambos fluidos sobre cada cara del elemento cúbico, y se muestra en la Figura 1.2.

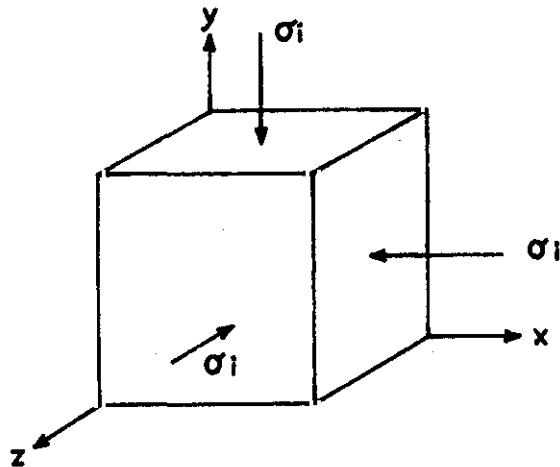


Figura 1.2.- Fuerzas por unidad de superficie (tensiones) que actúan sobre cada una de las caras de un elemento cúbico de fluido.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \sigma_2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_2 \end{bmatrix} \qquad (1.1.2)$$

donde σ_1 y σ_2 son proporcionales a la presión del fluido (p):

$$\sigma_1 = -\beta \beta_1 p$$

$$\sigma_2 = -\beta(1-\beta_1)p \qquad (1.1.3)$$

definiendo como β el contenido de volumen de fluido en el volumen total

(concepto conocido como POROSIDAD), y β_1 la proporción de agua presente en los poros. La porosidad se entiende que está relacionada con el movimiento de compresión del fluido respecto del sólido y generalmente se denomina "porosidad efectiva".

En ambos casos el escalar σ_i ($i=1,2$) es negativo cuando la fuerza que actúa sobre el fluido en cuestión es una presión; mientras que σ_{ij} son positivos cuando la fuerza sobre la parte sólida es una tensión.

Análogamente, podemos definir los tensores de deformación en el sólido y en la parte fluida.

El tensor de deformación en el sólido será:

$$\begin{bmatrix} e_{xx} & 1/2 e_{xy} & 1/2 e_{xz} \\ 1/2 e_{yx} & e_{yy} & 1/2 e_{yz} \\ 1/2 e_{zx} & 1/2 e_{zy} & e_{zz} \end{bmatrix} \quad (1.1.4)$$

donde

$$e_{ij} = \begin{cases} i=j & e_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial i} \\ i \neq j & e_{ij} = \left(\frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i} \right) \end{cases} \quad (1.1.5)$$

y la dilatación del sólido se define como:

$$e = e_{xx} + e_{yy} + e_{zz} \quad (1.1.6)$$

Los parámetros u_i ($i=x,y,z$) se refieren a las componentes del vector desplazamiento en el sólido $\{\vec{u}(\vec{r},t)\}$, que representa el desplazamiento del material promediado sobre el elemento de volumen y en consecuencia puede considerarse como uniforme.

De forma similar, se puede hablar del vector desplazamiento medio en cada uno de los fluidos:

- DESPLAZAMIENTO EN EL AGUA : $\vec{U}(\vec{r},t)$

- DESPLAZAMIENTO EN EL AIRE : $\vec{V}(\vec{r},t)$

de componentes respectivamente U_i , V_i . Ambos vectores \vec{U} y \vec{V} vendrán definidos como el producto del desplazamiento por el área de fluido de la sección atravesada. Representan, por tanto, el flujo de volumen.

Es importante recordar que en la teoría de Biot se trabaja con un medio poroso compuesto por sólido y un sólo fluido; sin embargo, como nuestro medio poroso está constituido por un sólido y dos fluidos distintos, es preciso desdoblar los parámetros definidos en la parte fluida del agregado.

Las deformaciones en los fluidos estarán representadas mediante las dilataciones respectivas:

$$\text{- DILATACION EN EL AGUA : } \epsilon_1 = \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial z}$$

$$\text{- DILATACION EN EL AIRE : } \epsilon_2 = \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial z} \quad (1.1.7)$$

Para establecer las relaciones tensión-deformación, es preciso tratar el problema como un sistema físico conservativo que está en equilibrio con el resto, y corresponderá, por tanto, al estado de mínima energía potencial (E_p). Cualquier deformación supondrá una desviación de este estado de mínima energía potencial.

Como las tensiones producidas son relativamente pequeñas, las deformaciones que aparecerán, según la ley de Hooke, serán proporcionales a aquellas, y podremos escribir las componentes de la tensión ($\sigma_{11}, \sigma_{1j}, \sigma_1, \sigma_2$) como funciones lineales de las componentes de la deformación ($e_{11}, e_{1j}, \epsilon_1, \epsilon_2$).

La energía potencial, E_p , por unidad de volumen en la estructura vendrá dada por:

$$2E_p = \sigma_{xx} e_{xx} + \sigma_{yy} e_{yy} + \sigma_{zz} e_{zz} + \sigma_{xy} e_{xy} + \sigma_{xz} e_{xz} + \sigma_{yz} e_{yz} + \sigma_1 \epsilon_1 + \sigma_2 \epsilon_2 \quad (1.1.8)$$

Podemos escribir por tanto las relaciones entre las tensiones y las deformaciones en el agregado sólido-fluidos como:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{\partial E_p}{\partial e_{xx}} & \sigma_{yy} &= \frac{\partial E_p}{\partial e_{yy}} & \sigma_{zz} &= \frac{\partial E_p}{\partial e_{zz}} \\ \sigma_{xy} &= \frac{\partial E_p}{\partial e_{xy}} & \sigma_{xz} &= \frac{\partial E_p}{\partial e_{xz}} & \sigma_{yz} &= \frac{\partial E_p}{\partial e_{yz}} \\ \sigma_1 &= \frac{\partial E_p}{\partial \epsilon_1} & \sigma_2 &= \frac{\partial E_p}{\partial \epsilon_2} \end{aligned} \quad (1.1.9)$$

El sistema sólido-fluidos puede considerarse como estadísticamente isótropo, con lo cual las tensiones y deformaciones principales coinciden en dirección, siendo además simétrica la matriz de los coeficientes. Teniendo en cuenta las propiedades de simetría, las relaciones tensión-deformación quedarán reducidas exclusivamente a estas ocho ecuaciones⁽²³⁾:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{xx} &= 2\mu e_{xx} + \lambda e + Q_1 \varepsilon_1 + Q_2 \varepsilon_2 \\
 \sigma_{yy} &= 2\mu e_{yy} + \lambda e + Q_1 \varepsilon_1 + Q_2 \varepsilon_2 \\
 \sigma_{zz} &= 2\mu e_{zz} + \lambda e + Q_1 \varepsilon_1 + Q_2 \varepsilon_2 \\
 \sigma_{xy} &= \mu e_{xy} \\
 \sigma_{yz} &= \mu e_{yz} \\
 \sigma_{xz} &= \mu e_{xz} \\
 \sigma_1 &= Q_1 e + R_1 \varepsilon_1 \\
 \sigma_2 &= Q_2 e + R_2 \varepsilon_2
 \end{aligned} \tag{1.1.10}$$

Identificación de los coeficientes

- ** λ y μ son coeficientes elásticos conocidos como constantes de Lamé del sólido.
- ** R_1 y R_2 son dos constantes físicas de la estructura y están definidas en la parte correspondiente a cada uno de los fluidos. Representan la

presión necesaria para que penetre en el agregado una cierta cantidad de fluido manteniéndose constante el volumen total.

- ** Q_1 y Q_2 son otro par de constantes físicas de la estructura y proporcionan una medida de acoplamiento entre el cambio de volumen en el sólido y en cada uno de los fluidos.

1.2.- ECUACIONES DEL MOVIMIENTO

Las relaciones dinámicas o ecuaciones del movimiento se obtienen a partir de la segunda ley de Newton, igualando el producto de la densidad por aceleración en una dirección determinada a las fuerzas totales por unidad de volumen en dicha dirección⁽²⁴⁾.

Si se considera de nuevo como elemento de volumen un cubo unidad, es posible obtener la respuesta lineal estática suponiendo al medio como un "sistema cerrado", y la respuesta dinámica teniendo en cuenta el movimiento relativo del fluido respecto del sólido a través de los poros. Este movimiento relativo entre el fluido y el sólido se traduce en un determinado rozamiento, y es por ello por lo que es necesario introducir una función de disipación que llamamos D.

Según la teoría de Biot, el movimiento del fluido en los poros se debe producir en régimen laminar, lo cual sólo es cierto por debajo de una frecuencia característica o frecuencia límite, demostrando que depende de la viscosidad cinemática del fluido y del tamaño de los poros.

Es necesario introducir en el modelo, además, la respuesta viscoelástica y viscodinámica^{(25), (26)}.

El término "viscoelástico" tiene en cuenta un amplio campo de fenómenos físicos tales como la relajación⁽²⁷⁾, cuyo origen radica en los procesos físico-químicos, termoelásticos, mecánicos, etc., y otro conjunto de procesos que aparecen en el medio al considerar el bloque sólido-fluido1-fluido2 como un sólo sistema.

El concepto "viscodinámico" deriva del estudio de las propiedades dinámicas de ambos fluidos en movimiento relativo respecto del sólido. El hecho de introducir un operador viscodinámico, permite simplificar las ecuaciones fundamentales de la propagación.

El flujo microscópico a través de los poros, viene determinado exclusivamente por las nueve componentes generalizadas de la velocidad: $\frac{\partial u_1}{\partial t}$, $\frac{\partial U}{\partial t}$, $\frac{\partial V}{\partial t}$ ($i=x,y,z$).

La energía cinética, (E_c), del sistema por unidad de volumen, tanto si se considera o no el rozamiento, se puede expresar en función de las nueve componentes de la velocidad:

$$\begin{aligned}
 2E_c = & \rho_{11} \left[\left(\frac{\partial u_x}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_y}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial t} \right)^2 \right] + \rho_{22} \left[\left(\frac{\partial U_x}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial U_y}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial U_z}{\partial t} \right)^2 \right] + \\
 & + \rho_{33} \left[\left(\frac{\partial V_x}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_y}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_z}{\partial t} \right)^2 \right] + \\
 & + 2\rho_{12} \left[\frac{\partial u_x}{\partial t} \frac{\partial U_x}{\partial t} + \frac{\partial u_y}{\partial t} \frac{\partial U_y}{\partial t} + \frac{\partial u_z}{\partial t} \frac{\partial U_z}{\partial t} \right] + \\
 & + 2\rho_{13} \left[\frac{\partial u_x}{\partial t} \frac{\partial V_x}{\partial t} + \frac{\partial u_y}{\partial t} \frac{\partial V_y}{\partial t} + \frac{\partial u_z}{\partial t} \frac{\partial V_z}{\partial t} \right] \quad (1.2.1)
 \end{aligned}$$

Los coeficientes ρ_{11} , ρ_{22} , ρ_{33} son las densidades efectivas del sólido, agua y aire respectivamente, y los ρ_{12} , ρ_{13} tienen en cuenta el hecho

de que el flujo relativo de fluido a través de los poros no es uniforme.

En el apartado 1.2.2 se hace un estudio más detallado de estos coeficientes.

Como el rozamiento aparece cuando existe movimiento relativo entre fluido y sólido, la función de disipación D se podrá expresar como una forma cuadrática homogénea de las componentes de las velocidades; además las direcciones perpendiculares estarán desacopladas debido a la suposición de isotropía estadística⁽²³⁾.

La función de disipación, D , podemos definirla como:

$$2D = b \left[\sum_{i=x,y,z} (\dot{u}_i - \dot{U}_i)^2 + \sum_{i=x,y,z} (\dot{u}_i - \dot{V}_i)^2 \right] \quad (1.2.2)$$

El coeficiente b es el denominado coeficiente de Darcy del fluido que integra el agregado. En el siguiente apartado se explica detalladamente el significado de este coeficiente.

Para cada dirección particular es preciso definir la fuerza total que actúa por unidad de volumen, de manera que podamos plantear las ecuaciones de Lagrange.

Así definimos q_x como la fuerza total actuando en el sólido por unidad de volumen en la dirección x ; análogamente, la fuerza que por unidad de volumen actúa en cada una de las partes del fluido en la misma dirección las denominamos respectivamente Q_{1x} y Q_{2x} .

Por tanto las ecuaciones de Lagrange vendrán dadas por:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{u}_x} \right) + \frac{\partial D}{\partial \dot{u}_x} = q_x$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{U}_x} \right) + \frac{\partial D}{\partial \dot{U}_x} = Q_{1x} \quad (1.2.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{V}_x} \right) + \frac{\partial D}{\partial \dot{V}_x} = Q_{2x}$$

siendo $\dot{u}_1 = \frac{\partial u_1}{\partial t}$

Sustituyendo las expresiones de la Energía cinética (ec.1.2.1) y la función de Disipación (ec.1.2.2) en las ecuaciones (1.2.3), nos quedará:

$$\begin{aligned} q_x &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\rho_{11} u_x + \rho_{12} U_x + \rho_{13} V_x \right) + b \frac{\partial}{\partial t} \left(u_x - U_x \right) + b \frac{\partial}{\partial t} \left(u_x - V_x \right) \\ Q_{1x} &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\rho_{22} U_x + \rho_{12} u_x \right) - b \frac{\partial}{\partial t} \left(u_x - U_x \right) \\ Q_{2x} &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\rho_{33} V_x + \rho_{13} u_x \right) - b \frac{\partial}{\partial t} \left(u_x - V_x \right) \end{aligned} \quad (1.2.4)$$

De la misma manera se obtiene un sistema de ecuaciones similares para las restantes direcciones (y,z).

En definitiva tenemos que trabajar con un sistema de nueve ecuaciones; tres más que las planteadas por Biot en su teoría.

Esto es debido a que hemos incluido en el medio poroso un segundo fluido; y de la observación de las ecuaciones (1.2.4) estamos en condiciones de asegurar que cada fluido presente en el sistema implica el planteamiento de una nueva ecuación diferencial dependiente exclusivamente de la interacción entre la parte sólida del medio poroso y dicho fluido. Consecuentemente estas nueve ecuaciones diferenciales sólo incluyen parámetros específicos del fluido en cuestión y los factores de acoplamiento con el sólido.

Retornando de nuevo a las expresiones (1.2.4) las fuerzas por unidad de volumen definidas en el sólido y en los fluidos ($q_x, Q_{1x}, Q_{2x}, q_y, Q_{1y}, \dots$) pueden expresarse como gradientes de las tensiones que aparecen en el medio poroso; es decir:

$$q_x = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z}$$

$$Q_{1x} = \frac{\partial \sigma_1}{\partial x} \tag{1.2.5}$$

$$Q_{2x} = \frac{\partial \sigma_2}{\partial x}$$

De la misma manera se definen estos parámetros para las direcciones y, z.

Sustituyendo estas expresiones (1.2.5) en las (1.2.4) podemos definir las ECUACIONES DINAMICAS que relacionan las componentes de la tensión y las deformaciones:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\rho_{11} u_x + \rho_{12} U_x + \rho_{13} V_x \right) + b \frac{\partial}{\partial t} \left(u_x - U_x \right) + \\
&+ b \frac{\partial}{\partial t} \left(u_x - V_x \right) \\
\frac{\partial \sigma_1}{\partial x} &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\rho_{22} U_x + \rho_{12} u_x \right) - b \frac{\partial}{\partial t} \left(u_x - U_x \right)
\end{aligned} \tag{1.2.6}$$

$$\frac{\partial \sigma_2}{\partial x} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\rho_{33} V_x + \rho_{13} u_x \right) - b \frac{\partial}{\partial t} \left(u_x - V_x \right)$$

1.2.1. -RESPECTO DEL COEFICIENTE DE DARCY

El coeficiente de Darcy⁽²⁸⁾ representa la relación entre la fuerza total de rozamiento y la velocidad media del fluido.

Su definición viene dada por la siguiente expresión:

$$b = \frac{\gamma \beta^2}{\kappa} \tag{1.2.7}$$

donde γ es la viscosidad dinámica del fluido y κ la permeabilidad física. El valor de ésta puede variar considerablemente dependiendo de la naturaleza de los sólidos (tamaño del grano) y generalmente está comprendido entre 10^{-6} y 10^{-8} cm^2 .

La resistencia viscosa que se opone al movimiento del fluido se expresa como una relación entre la viscosidad y la permeabilidad (γ/κ), la cual depende de la frecuencia para un movimiento oscilatorio en general⁽¹²⁾.

Por debajo de una frecuencia crítica, dependiente de las características de los poros y la naturaleza del fluido, dicha relación puede considerarse aproximadamente constante describiéndose entonces un flujo de Poiseuille. Para frecuencias superiores, existe un cambio gradual en el flujo de manera que el efecto de la viscosidad solamente se manifiesta en una capa límite muy estrecha. Biot⁽¹⁰⁾ sugirió que el flujo de Poiseuille deja de ser válido para una frecuencia límite definida mediante:

$$f_{lim} = \frac{\pi \gamma}{4d^2 \rho_f} \quad (1.2.8)$$

donde d es el diámetro de los poros y ρ_f la densidad del fluido. Los valores de esta frecuencia límite pueden encontrarse en un intervalo muy amplio, dependiendo de las características del fluido y del tamaño de los poros. Así, por ejemplo, en el caso de que sea agua el fluido que satura los poros, se obtienen valores en los órdenes de magnitud siguientes:

<u>FRECUENCIA (Hz)</u>	<u>DIAMETRO POROS (cm)</u>
100	10^{-2}
10^4	10^{-3}

Para materiales como arenas y limos la frecuencia límite puede encontrarse en el intervalo comprendido entre 10 Hz y 10^6 Hz.

Como el medio poroso que analizamos está constituido por dos fluidos

(agua y aire), mientras actúe la onda sonora sobre dicho medio, éste se irá compactando lentamente debido a que tanto el agua como el aire va escapando de los poros de manera continua apareciendo consecuentemente un movimiento relativo entre las partes sólida y fluida del medio poroso.

Ahora bien, este movimiento relativo será distinto para cada uno de los fluidos que comparten los poros dada su propia naturaleza. Es evidente que aunque ambos sean fluidos, uno de ellos es un líquido y el otro un gas y son bien conocidas las diferencias en el comportamiento y variación de las características de ambos fluidos frente a una misma excitación.

Es por ello que el desplazamiento del fluido desde el medio poroso sedimentario será diferente en ambos casos. Como la medida de este movimiento relativo se expresa físicamente mediante el coeficiente de Darcy, es preciso reflejar en las ecuaciones que planteamos las discrepancias que presentan ambos fluidos; de ahí que definamos dos coeficientes distintos b_1 y b_2 que tienen en cuenta el comportamiento del líquido y gas en su movimiento con respecto a los granos de arena del fondo sedimentario.

$$b_1 = \frac{\gamma_1 (\beta \beta_1)^2}{-\kappa} \qquad b_2 = \frac{\gamma_2 \{\beta(1-\beta_1)\}^2}{\kappa} \qquad (1.2.9)$$

El subíndice 1 se refiere a los parámetros en el agua y análogamente el subíndice 2 a las características del aire.

Según las condiciones en que estamos trabajando, el fluido viscoso se mueve lentamente y podemos asegurar que el tipo de régimen será laminar.

Además es lógico pensar que el fluido (considerándolo como un conjunto) escapará de los poros uniforme y continuamente, sin variaciones bruscas, tanto si la mayor parte de fluido es agua como si se trata de aire;

por tanto sólomente podemos hablar del movimiento de fluido⁽²⁹⁾.

Bajo este comportamiento, el efecto del rozamiento que tiene lugar habrá que expresarlo definiendo un coeficiente de Darcy que será una combinación de la contribución de ambos fluidos presentes:

$$b = b_1 + b_2 = \frac{\beta^2}{\kappa} \left[\beta_1^2 \gamma_1 + (1-\beta_1)^2 \gamma_2 \right] \quad (1.2.10)$$

1.2.2.- COEFICIENTES DINAMICOS

Suponiendo que no existe movimiento entre el sólido y los fluidos, para una dirección determinada, x, se tendrá :

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} = \frac{\partial U_x}{\partial t} = \frac{\partial V_x}{\partial t}$$

quedando la expresión de la energía cinética, según la relación (1.2.1) reducida a:

$$2E_c = (\rho_{11} + \rho_{22} + \rho_{33} + 2\rho_{12} + 2\rho_{13}) \left(\frac{\partial u_x}{\partial t} \right)^2 \quad (1.3.11)$$

con lo cual podemos concluir que el término:

$$\rho_{11} + \rho_{22} + \rho_{33} + 2\rho_{12} + 2\rho_{13} = \rho \quad (1.2.12)$$

representa la masa total en el agregado sólido-fluido1-fluido2 por unidad de volumen. Esta densidad total (ρ), se puede expresar en función de los parámetros más característicos del propio medio poroso, como son porosidad, y densidad de cada elemento constituyente.

En primer lugar, es necesario distinguir entre la porosidad del medio y el contenido de agua y aire en los poros:

$$\beta = \frac{\text{Volumen de poros}}{\text{Volumen total}} \equiv \text{POROSIDAD DEL MEDIO}$$

$$\beta_1 = \frac{\text{Volumen de agua}}{\text{Volumen de poros}} \quad (1.2.13)$$

$$(1-\beta_1) = \frac{\text{Volumen de aire}}{\text{Volumen de poros}}$$

Por otro lado, la masa del sólido por unidad de volumen en el agregado (ρ_1) se define en función de la densidad del sólido (ρ_s):

$$\rho_1 = (1-\beta)\rho_s \quad (1.2.14)$$

Análogamente, la masa de fluido por unidad de volumen en el agregado vendrá definido por las masas por unidad de volumen correspondientes a cada una de las partes constituyentes que llenan los poros y genéricamente lo denominamos ρ_f :

$$\rho_f = (\rho'_2 + \rho'_3) \quad (1.2.15)$$

$$\text{AGUA: } \rho'_2 = \beta_1 \beta \rho_1$$

$$\text{AIRE: } \rho'_3 = (1-\beta_1) \beta \rho_g \quad (1.2.16)$$

donde ρ_1 y ρ_g son las densidades del agua y aire respectivamente. Sustituyendo las ec. (1.2.16) en (1.2.15):

$$\rho_f = \beta \left[\beta_1 \rho_1 + (1-\beta_1) \rho_g \right] \quad (1.2.17)$$

Entonces la densidad total del agregado vendrá dada por la suma de las densidades en la parte sólida y fluida del medio poroso:

$$\rho = \rho_1 + \rho_f = (1-\beta) \rho_s + \beta \left[\beta_1 \rho_1 + (1-\beta_1) \rho_g \right] \quad (1.2.18)$$

Ahora bien, la diferencia de presión por unidad de longitud en el agua y aire respectivamente es:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho_1 \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \quad (1.2.19)$$

donde ρ_1 es la densidad del agua (ρ_1) o del aire (ρ_g). Al multiplicar ambos miembros de la ecuación anterior por la porosidad y por el contenido de agua/aire en el volumen total del agregado, la expresión que se obtiene representa la fuerza por unidad de volumen en el agua/aire:

$$\begin{aligned}
 \text{AGUA:} \quad Q_{1x} &= - \frac{\partial p}{\partial x} \beta_1 \beta = \rho'_2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} x \\
 \text{AIRE:} \quad Q_{2x} &= - \frac{\partial p}{\partial x} (1 - \beta_1) \beta = \rho'_3 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} x
 \end{aligned} \tag{1.2.20}$$

Como además $u_x = U_x = V_x$, de la segunda y tercera ecuación (1.2.4) resultará :

$$\begin{aligned}
 \text{AGUA:} \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} x (\rho_{12} + \rho_{22}) &= Q_{1x} \\
 \text{AIRE:} \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} x (\rho_{13} + \rho_{33}) &= Q_{2x}
 \end{aligned} \tag{1.2.21}$$

Comparando las ecuaciones (1.2.20) y (1.2.21) se obtiene:

$$\begin{aligned}
 \rho'_2 &= \rho_{12} + \rho_{22} \\
 \rho'_3 &= \rho_{13} + \rho_{33}
 \end{aligned} \tag{1.2.22}$$

Combinando estos resultados con las relaciones (1.2.12) y (1.2.15) se llega a:

$$\begin{aligned}
 \rho_1 &= \rho_{11} + \rho_{12} + \rho_{13} \\
 \rho_f &= \rho_{12} + \rho_{13} + \rho_{22} + \rho_{33}
 \end{aligned} \tag{1.2.23}$$

El coeficiente ρ_{12} representa el parámetro de acoplamiento entre el sólido y el agua⁽²⁹⁾ y de forma similar el coeficiente ρ_{13} el acoplamiento entre el sólido y el aire del agregado. Estos términos describen el arrastre inercial (en oposición a la viscosidad) de manera que el fluido obliga al sólido a moverse y viceversa (aceleración relativa)⁽²⁰⁾.

Si de alguna manera se consigue que el desplazamiento promedio del fluido sea cero, ($U_x = V_x = 0$) y en ausencia de disipación ($D = 0$), entonces las ecuaciones (1.2.4) vendrán dadas según:

$$\begin{aligned} q_x &= \rho_{11} \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \\ Q_{1x} &= \rho_{12} \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \\ Q_{2x} &= \rho_{13} \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (1.2.24)$$

Las dos últimas ecuaciones muestran que cuando el sólido es acelerado con un valor de $\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2}$, entonces la fuerza Q_{1x} debe presionar sobre el agua y la fuerza Q_{2x} sobre el aire para impedir que aparezca un desplazamiento del fluido. Este efecto se mide mediante los coeficientes de "acoplamiento" ρ_{12} y ρ_{13} .

Las fuerzas Q_{1x} y Q_{2x} necesarias para impedir el desplazamiento del fluido tienen una dirección opuesta a la aceleración del sólido, por tanto los coeficientes ρ_{12} y ρ_{13} siempre serán negativos.

Considerando la primera ecuación (1.2.24) se llega a una conclusión

similar. ρ_{11} representa la masa total efectiva por unidad de volumen del sólido moviéndose en el fluido. Como el fluido está constituido por dos componentes, esta masa por unidad de volumen debe ser igual a la densidad propia del sólido (ρ_1) más unas densidades adicionales debidas al agua (ρ_a) y al aire (ρ'_a):

$$\rho_{11} = \rho_1 + \rho_a + \rho'_a$$

Mediante un razonamiento análogo podemos encontrar expresiones para los demás coeficientes dinámicos, resultando:

$$\rho_{11} = \rho_1 + \rho_a + \rho'_a$$

$$\rho_{22} = \rho'_2 + \rho_a$$

$$\rho_{33} = \rho'_3 + \rho'_a \quad (1.2.25)$$

$$\rho_{12} = -\rho_a$$

$$\rho_{13} = -\rho'_a$$

Los parámetros ρ_{12} y ρ_{13} son por tanto las masas adicionales aparentes por unidad de volumen.

1.3.- ECUACIONES DE PROPAGACION

Las ecuaciones de propagación de ondas se obtienen al sustituir las expresiones de la tensión (ecuaciones 1.1.10) en las relaciones dinámicas (ecuaciones 1.2.6).

Para una dirección determinada, x, se obtiene:

$$\begin{aligned} \mu \nabla^2 u_x + (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) + Q_1 \left(\frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} \right) + \\ + Q_2 \left(\frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} \right) = \\ = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\rho_{11} u_x + \rho_{12} U_x + \rho_{13} V_x \right) + 2b \frac{\partial}{\partial t} \left(u_x - U_x - V_x \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_1 \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) + R_1 \left(\frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} \right) = \\ = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\rho_{12} u_x + \rho_{22} U_x \right) - b \frac{\partial}{\partial t} \left(u_x - U_x - V_x \right) \end{aligned}$$

(1.3.1)

$$\begin{aligned} Q_2 \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) + R_2 \left(\frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} \right) = \\ = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\rho_{13} u_x + \rho_{33} V_x \right) - b \frac{\partial}{\partial t} \left(u_x - U_x - V_x \right) \end{aligned}$$

Expresiones análogas se obtendrán para las restantes direcciones.

El conjunto de ecuaciones anteriormente obtenido puede representarse de manera más generalizada de forma vectorial, teniendo en cuenta que podemos expresar:

$$\vec{u}(\vec{r}, t) = (u_x, u_y, u_z, t)$$

$$\vec{U}(\vec{r}, t) = (U_x, U_y, U_z, t)$$

$$\vec{v}(\vec{r}, t) = (v_x, v_y, v_z, t)$$

Las expresiones anteriores (1.3.1) en notación vectorial quedarán:

$$\begin{aligned} \mu \nabla^2(\vec{u}) + (\lambda + \mu) \overline{\text{grad}}(\text{div}(\vec{u})) + Q_1 \overline{\text{grad}}(\text{div}(\vec{u})) + Q_2 \overline{\text{grad}}(\text{div}(\vec{u})) = \\ = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{11} \vec{u} + \rho_{12} \vec{U} + \rho_{13} \vec{v}) + b \frac{\partial}{\partial t} (\vec{u} - \vec{U}) + b \frac{\partial}{\partial t} (\vec{u} - \vec{v}) \\ Q_1 \overline{\text{grad}}(\text{div}(\vec{u})) + R_1 \overline{\text{grad}}(\text{div}(\vec{U})) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{12} \vec{u} + \rho_{22} \vec{U}) - b \frac{\partial}{\partial t} (\vec{u} - \vec{U}) \\ Q_2 \overline{\text{grad}}(\text{div}(\vec{u})) + R_2 \overline{\text{grad}}(\text{div}(\vec{v})) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{13} \vec{u} + \rho_{33} \vec{v}) - b \frac{\partial}{\partial t} (\vec{u} - \vec{v}) \end{aligned} \quad (1.3.2)$$

Estas nueve ecuaciones para las nueve componentes de los desplazamientos \vec{u} , \vec{U} y \vec{v} , determinan completamente la propagación.

Debido a la isotropía del material, y al igual que en el desarrollo de ondas puramente elásticas donde la función de disipación debe ser nula, las

ondas transversales están desacopladas de las ondas longitudinales, y obedecen, por tanto, a ecuaciones independientes de propagación.

Si se aplica el operador divergencia a ambos miembros en las ecuaciones (1.3.2) y recordando que:

$$\begin{aligned}
 \operatorname{div} \vec{u} &= \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = e \\
 \operatorname{div} \vec{U} &= \frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_y}{\partial y} + \frac{\partial U_z}{\partial z} = \epsilon_1 \\
 \operatorname{div} \vec{V} &= \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = \epsilon_2 \\
 \operatorname{div}(\overrightarrow{\operatorname{grad}}) &= \nabla^2
 \end{aligned} \tag{1.3.3}$$

obtendremos:

$$\begin{aligned}
 \nabla^2 \left((\lambda + 2\mu)e + Q_1 \epsilon_1 + Q_2 \epsilon_2 \right) &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\rho_{11}e + \rho_{12}\epsilon_1 + \rho_{13}\epsilon_2 \right) + \\
 &\quad + b \frac{\partial}{\partial t} (e - \epsilon_1) + b \frac{\partial}{\partial t} (e - \epsilon_2) \\
 \nabla^2 \left(Q_1 e + R_1 \epsilon_1 \right) &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\rho_{12}e + \rho_{22}\epsilon_1 \right) - b \frac{\partial}{\partial t} (e - \epsilon_1) \\
 \nabla^2 \left(Q_2 e + R_2 \epsilon_2 \right) &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\rho_{13}e + \rho_{33}\epsilon_2 \right) - b \frac{\partial}{\partial t} (e - \epsilon_2)
 \end{aligned} \tag{1.3.4}$$

Estas ecuaciones gobiernan la propagación de ondas LONGITUDINALES en el sistema.

De forma similar, aplicando el operador rotacional a las expresiones (1.3.2), y definiendo:

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{u} = \vec{\theta}$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{U} = \vec{\phi}$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{V} = \vec{\gamma}$$

se obtienen las ecuaciones de propagación de ondas TRANSVERSALES en el sistema:

$$\begin{aligned} \mu \nabla^2 \theta &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\rho_{11} \vec{\theta} + \rho_{12} \vec{\phi} + \rho_{13} \vec{\gamma} \right) + b \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\theta} - \vec{\phi}) + b \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\theta} - \vec{\gamma}) \\ 0 &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\rho_{12} \vec{\theta} + \rho_{22} \vec{\phi} \right) - b \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\theta} - \vec{\phi}) \\ 0 &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\rho_{13} \vec{\theta} + \rho_{33} \vec{\gamma} \right) - b \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\theta} - \vec{\gamma}) \end{aligned} \quad (1.3.5)$$

Estas ecuaciones implican un acoplamiento entre la rotación del sólido $\vec{\theta}$ y las de los fluidos $\vec{\phi}$ y $\vec{\gamma}$.

Las ecuaciones que rigen la propagación de ondas en un medio poroso, tanto para las ondas longitudinales como para las transversales, dejan de ser válidas por encima de una frecuencia determinada, (ecuación 1.2.8), a partir de la cual, ya no se puede considerar el flujo de fluido respecto

del sólido de tipo Poiseuille.

Cuando se considera el caso de frecuencias superiores a la frecuencia límite, que a partir de ahora llamaremos "altas frecuencias", las ecuaciones de propagación deben modificarse, introduciendo algún coeficiente significativo que tenga en cuenta la desviación del flujo de Poiseuille al aumentar la frecuencia.

Este coeficiente se caracteriza a partir de una función compleja $F(\Gamma)^{(11)}$, donde la dependencia con la frecuencia se representa mediante un parámetro adimensional, Γ , cuyo valor viene dado por la siguiente expresión:

$$\Gamma = l \left(\frac{w}{\nu} \right)^{1/2} \quad (1.3.6)$$

donde l = longitud característica que tiene en cuenta tanto el tamaño de los poros como su geometría.

w = frecuencia angular

ν = viscosidad cinemática del fluido

De la propia definición de Γ podemos observar que es un parámetro característico del fluido, así como de su tamaño, sinuosidad y forma de los poros.

Por tanto, al estudiar nuestro sistema trifásico, parece que se hace necesario definir un Γ_i para cada uno de los fluidos componentes en el medio poroso:

$$\Gamma_1 = l \left(\frac{w}{v_1} \right)^{1/2} \quad \Gamma_2 = l \left(\frac{w}{v_2} \right)^{1/2} \quad (1.3.7)$$

El problema de trabajar con estos parámetros Γ_1 surge al intentar hallar valores de la longitud característica, l , pues sólo se pueden obtener experimentalmente, no resultando demasiado asequible su medida.

Sin embargo, podemos reducir estos dos parámetros Γ_1 a uno solo, resultando más asequible su medida y sin pérdida de generalidad, si introducimos la frecuencia límite o característica, w_c , para el sistema fluido que satura los poros:

$$w_c = \frac{b}{(\rho_{12} + \rho_{22} + \rho_{13} + \rho_{33})} \quad (1.3.8)$$

que viene determinada por el Coeficiente de Darcy (b) y las densidades relativas de los fluidos (dependientes éstas de su movimiento relativo en el medio poroso, y consecuentemente de la geometría que adoptan los poros).

Esta frecuencia característica determina el límite entre altas y bajas frecuencias.

En general podemos escribir:

$$\Gamma = \delta \left(\frac{w}{w_c} \right)^{1/2} \quad (1.3.9)$$

donde δ es un factor que depende de la geometría de los poros y se denomina "FACTOR DE ESTRUCTURA" o "Factor Estructural".

Así pues, la función compleja $F(\Gamma)$ podemos expresarla:

$$F(\Gamma) = F \left(\delta \left(\frac{w}{w_c} \right)^{1/2} \right) \quad (1.3.10)$$

En el siguiente capítulo definiremos formalmente la función $F(\Gamma)$.

Para tener en cuenta estas altas frecuencias, en las ecuaciones de propagación (1.3.2), será necesario reemplazar el coeficiente de Darcy, b , por el término $bF(\Gamma)$

Así pues, las ecuaciones de propagación de ondas LONGITUDINALES (1.3.4) quedarán de la forma:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \left((\lambda + 2\mu)e + Q_1 \epsilon_1 + Q_2 \epsilon_2 \right) &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\rho_{11}e + \rho_{12}\epsilon_1 + \rho_{13}\epsilon_2 \right) + bF(\Gamma) \frac{\partial}{\partial t} (e - \epsilon_1) + \\ &\quad + bF(\Gamma) \frac{\partial}{\partial t} (e - \epsilon_2) \\ \nabla^2 \left(Q_1 e + R_1 \epsilon_1 \right) &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\rho_{12}e + \rho_{22}\epsilon_1 \right) - bF(\Gamma) \frac{\partial}{\partial t} (e - \epsilon_1) \\ \nabla^2 \left(Q_2 e + R_2 \epsilon_2 \right) &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\rho_{13}e + \rho_{33}\epsilon_2 \right) - bF(\Gamma) \frac{\partial}{\partial t} (e - \epsilon_2) \end{aligned} \quad (1.3.11)$$

y para ondas TRANSVERSALES:

$$\begin{aligned}\mu \nabla^2 \theta &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\rho_{11} \vec{\theta} + \rho_{12} \vec{\phi} + \rho_{13} \vec{\gamma} \right) + bF(\Gamma) \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\theta} - \vec{\phi}) + bF(\Gamma) \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\theta} - \vec{\gamma}) \\ 0 &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\rho_{12} \vec{\theta} + \rho_{22} \vec{\phi} \right) - bF(\Gamma) \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\theta} - \vec{\phi}) \\ 0 &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\rho_{13} \vec{\theta} + \rho_{33} \vec{\gamma} \right) - bF(\Gamma) \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\theta} - \vec{\gamma})\end{aligned}\tag{1.3.12}$$

Estas ecuaciones (1.3.11) y (1.3.12) son las formas más generalizadas de las ecuaciones de propagación.

1.4.- ONDAS TRANSVERSALES

1.4.1.- ONDAS ELASTICAS

En las ondas puramente elásticas no se considera disipación, por tanto en las ecuaciones de propagación de ondas transversales, la función de disipación, D, será nula.

Las ecuaciones (1.3.12) serán en este caso:

$$\mu \nabla^2 \theta = \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(b_{11} \vec{\theta} + b_{12} \vec{\phi} + b_{13} \vec{\gamma} \right)$$

$$0 = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(b_{12} \vec{\theta} + b_{22} \vec{\phi} \right) \quad (1.4.1)$$

$$0 = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(b_{13} \vec{\theta} + b_{33} \vec{\gamma} \right)$$

donde el coeficiente ρ está definido en la ecuación (1.2.12) y se han introducido los siguientes parámetros adimensionales:

$$\begin{aligned} b_{11} &= \frac{\rho_{11}}{\rho} & b_{22} &= \frac{\rho_{22}}{\rho} & b_{33} &= \frac{\rho_{33}}{\rho} \\ b_{12} &= \frac{\rho_{12}}{\rho} & b_{13} &= \frac{\rho_{13}}{\rho} \end{aligned} \quad (1.4.2)$$

Eliminando $\vec{\phi}$ y $\vec{\gamma}$ de las ecuaciones (1.4.1) se llega a :

$$\mu \nabla^2 \vec{\theta} = \rho \left(b_{11} - \frac{b_{12}^2}{b_{22}} - \frac{b_{13}^2}{b_{33}} \right) \frac{\partial^2 \vec{\theta}}{\partial t^2} \quad (1.4.3)$$

Solamente existe un tipo de ondas transversales, cuya velocidad de propagación viene dada por la siguiente expresión:

$$\boxed{v_t = V_{rt} \left(b_{11} - \frac{b_{12}^2}{b_{22}} - \frac{b_{13}^2}{b_{33}} \right)^{-1/2}} \quad (1.4.4)$$

donde el término V_{rt} es una velocidad de referencia cuya expresión es:

$$V_{rt} = \left(\frac{\mu}{\rho} \right)^{1/2} \quad (1.4.5)$$

que representa la velocidad de las ondas transversales en el caso de no existir movimiento relativo entre los fluidos y el sólido.

La rotación $\vec{\theta}$ del sólido será proporcional a la rotación $\vec{\phi}$ y $\vec{\gamma}$ de los fluidos, según las siguientes relaciones:

$$\vec{\phi} = - \frac{b_{12}}{b_{22}} \vec{\theta} \quad \vec{\gamma} = - \frac{b_{13}}{b_{33}} \vec{\theta} \quad (1.4.6)$$

Como b_{12} y b_{13} son negativos y b_{22} y b_{33} positivos, la rotación de ambos fluidos y el sólido tienen la misma dirección.

1.4.2.- ONDAS ATENUADAS

1.4.2.1.- Bajas frecuencias

Las ecuaciones de propagación que rigen este tipo de ondas transversales vienen dadas mediante la expresión (1.3.5).

Considerando una onda plana propagándose en la dirección x , las ondas transversales hacen vibrar a las partículas del medio en una dirección per-

pendicular, de manera que el módulo del vector rotación tanto para el sólido como para los fluidos se pueden expresar como:

$$\begin{aligned}\theta &= C_1 e^{j(Kx + \omega t)} \\ \varphi &= C_2 e^{j(Kx + \omega t)} \\ \gamma &= C_3 e^{j(Kx + \omega t)}\end{aligned}\tag{1.4.7}$$

donde K es el número de onda de las ondas transversales, ω es la frecuencia angular y t el tiempo.

Introduciendo la frecuencia característica, ω_c , ecuación (1.3.8), en función de los parámetros adimensionales (ecuación 1.4.2):

$$\omega_c = \frac{b}{(b_{12} + b_{22} + b_{13} + b_{33})\rho}\tag{1.4.8}$$

y sustituyendo las soluciones (1.4.7) en las ecuaciones de propagación (1.3.5), se pueden eliminar las constantes C_1 , C_2 , y C_3 con lo cual se llega a la siguiente expresión :

$$\boxed{\frac{\mu K^2}{\rho \omega^2} = E_r - j E_i}\tag{1.4.9}$$

$$j = \sqrt{-1}$$

donde:

$$E_r = b_{11} - \sum_{l=2}^3 \left[\frac{b_{11} \left[\left(\frac{b_{11}}{m} \right)^2 \left(\frac{w}{w_c} \right)^2 - 1 \right] - 2b_{11}}{\left(\frac{b_{11}}{m} \right)^2 \left(\frac{w}{w_c} \right)^2 + 1} \right] \quad (1.4.10)$$

$$E_i = \sum_{l=2}^3 \left[\frac{\left(\frac{w}{w_c} \right) \left(\frac{(b_{11} + b_{11})^2}{m} \right)}{\left(\frac{b_{11}}{m} \right)^2 \left(\frac{w}{w_c} \right)^2 + 1} \right]$$

$$\text{con } m = \sum_{l=2}^3 (b_{11} + b_{11})$$

En general, cuando las ondas son atenuadas, el número de onda correspondiente, K , será complejo:

$$K = K_r + j K_i \quad (1.4.11)$$

donde K_r y K_i son las partes real e imaginaria de K .

Separando parte real e imaginaria en la expresión (1.4.9), obtendremos la velocidad (a partir de K_r) y la atenuación (mediante K_i) de las ondas transversales.

Teniendo en cuenta que $v_t = \frac{w}{K_r}$ y haciendo uso de la velocidad de referencia, V_{rt} , ecuación (1.4.5), se obtiene de forma genérica la velocidad de las ondas transversales atenuadas en el caso de bajas frecuencias cuando existe movimiento relativo entre el sólido y los fluidos.

$$V_t = V_{rt} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{E_r^2 + E_1^2} + E_r}} \quad (1.4.12)$$

La atenuación, α , de las ondas transversales vendrá determinada por el término K_1 ($\alpha = K_1$):

$$\alpha = \frac{w}{V_{rt}} \sqrt{\frac{\sqrt{E_r^2 + E_1^2} - E_r}{2}} \quad (1.4.13)$$

Como el coeficiente de atenuación no es constante sino que depende de la frecuencia, es interesante en ocasiones trabajar con el "DECREMENTO LOGARITMICO" ⁽³⁰⁾, Δ , parámetro que relaciona la atenuación con la frecuencia.

El decremento logarítmico se define como el logaritmo del cociente entre dos amplitudes máximas o de pico sucesivas en una onda sinusoidal decreciente exponencialmente ⁽³¹⁾.

El factor Δ viene expresado matemáticamente como:

$$\Delta = \frac{\alpha v}{f} \quad (1.4.14)$$

donde α es el coeficiente de atenuación
 v es la velocidad de la onda
 f es la frecuencia ($w=2\pi f$)

En nuestro caso particular, según la ecuación (1.4.13), podemos definir el decremento logarítmico como:

$$\Delta = \frac{\alpha V_{rt}}{f} = 2\pi \sqrt{\frac{\sqrt{E_r^2 + E_i^2} - E_r}{2}} \quad (1.4.15)$$

Para frecuencias muy pequeñas podemos estudiar la dependencia de la velocidad y la atenuación con ellas. En el límite, cuando $w \rightarrow 0$, de las expresiones (1.4.10) encontramos:

$$E_r = b_{11} + \sum_{i=2}^3 (b_{i1} + 2b_{1i}) \longrightarrow 1 \quad (1.4.16)$$

$$E_i = \sum_{i=2}^3 \left(\frac{(b_{11} + b_{i1})^2}{m} \right) \left(\frac{w}{w_c} \right) \longrightarrow 0$$

Llevando estos valores límites a las ecuaciones (1.4.12) y (1.4.13) obtenemos los siguientes valores:

$$\begin{aligned}
 \text{VELOCIDAD: } V_t &= V_{rt} \left(1 - \frac{1}{8} \left[\sum_{i=2}^3 (b_{1i} + b_{i1}) \left(\frac{w}{w_c} \right) \right]^2 \right) \rightarrow V_{rt} \\
 \text{ATENUACION: } \alpha &= \frac{1}{2V_{rt}} \sum_{i=2}^3 \left(\frac{(b_{1i} + b_{i1})^2}{m w_c} \right) w^2 \rightarrow 0
 \end{aligned}
 \tag{1.4.17}$$

Es decir, la velocidad de las ondas transversales atenuadas para frecuencias muy pequeñas tiende a la velocidad de referencia, V_{rt} , definida en la ecuación (1.4.5), que se refiere al caso estático donde no existe movimiento relativo entre los fluidos componentes y el sólido en el medio poroso⁽³²⁾.

Así mismo, la atenuación para estos mismos valores límites observamos que varía con el cuadrado de la frecuencia y consecuentemente tiende a cero. Es importante este resultado general ya que coincide con las predicciones de la teoría de Biot⁽¹⁰⁾.

1.4.2.2- Altas frecuencias

Las ondas transversales para altas frecuencias se rigen por las mismas ecuaciones que para bajas frecuencias sustituyendo el coeficiente de resistencia viscosa, b , por una función característica de la frecuencia $bF(\Gamma)$ (ecuaciones (1.3.12)), donde $F(\Gamma)$ es en general complejo:

$$F(\Gamma) = F_r(\Gamma) + j F_i(\Gamma) \quad (1.4.18)$$

siendo F_r y F_i las partes real e imaginaria de la función compleja $F(\Gamma)^{(11)}$.

Considerando como en el caso anterior, una onda plana representada mediante las ecuaciones (1.4.7), se obtiene la misma ecuación característica (1.4.9), donde las partes real e imaginaria de dicha expresión vendrán dadas:

$$E_r = b_{11} + \sum_{i=2}^3 \left[\frac{(b_{11} + A_i) [A_i(b_{11} + 2b_{11}) - b_{11}^2] + A_r^2(b_{11} + 2b_{11})}{(b_{11} + A_i)^2 + A_r^2} \right] \quad (1.4.19)$$

$$E_i = A_r \sum_{i=2}^3 \left[\frac{(b_{11} + b_{11})^2}{(b_{11} + A_i)^2 + A_r^2} \right]$$

siendo $A_r = \frac{b}{w\rho} F_r = \left(\frac{w_c}{w} \right) m F_r(\Gamma)$

$$A_i = \frac{b}{w\rho} F_i = \left(\frac{w_c}{w} \right) m F_i(\Gamma) \quad (1.4.20)$$

$$m = (b_{12} + b_{13} + b_{22} + b_{33})$$

Siguiendo un proceso análogo al estudiado en el caso de bajas frecuencias, se encuentra una expresión idéntica para la velocidad de las ondas transversales (ecuación 1.4.12). Ahora la velocidad será función de la frecuencia, de los parámetros dinámicos b_{ij} , y del factor estructural δ , que

depende de la geometría de los poros.

Para evaluar la atenuación en altas frecuencias se opera de forma totalmente similar que en el caso de frecuencias bajas encontrándose la siguiente relación análoga a la ecuación (1.4.13):

$$\alpha = \frac{w}{V_{rt}} \frac{E_1}{\left(\sqrt{E_r^2 + E_1^2} + E_r \right)^{1/2} \sqrt{2}} \quad (1.4.21)$$

En el caso de frecuencias muy grandes ($\omega \rightarrow \infty$) estudiamos como en el caso anterior, los valores límites encontrando⁽³³⁾:

$$F_r = F_1 = \frac{\delta}{4\sqrt{2}} \left(\frac{w}{w_c} \right)^{1/2} \quad (1.4.22)$$

$$A_r = A_1 = m \frac{\delta}{4\sqrt{2}} \left(\frac{w}{w_c} \right)^{1/2} \longrightarrow 0$$

Sustituyendo estos valores en (1.4.19) obtenemos:

$$E_r = b_{11} - \sum_{i=2}^3 \left(\frac{b_{11}^2}{b_{11}} \right) \quad (1.4.23)$$

$$E_1 = \frac{\delta}{4\sqrt{2}} m \left(\frac{w}{w_c} \right)^{1/2} \sum_{i=2}^3 \left(\frac{(b_{11} + b_{11})}{b_{11}} \right)^2 \longrightarrow 0$$

Finalmente, llevando estos valores a las ecuaciones (1.4.12) y (1.4.21) obtenemos el valor de la velocidad y atenuación a altas frecuencias:

$$\begin{aligned}
 \text{VELOCIDAD: } V_t &= \frac{V_{rt}}{\sqrt{b_{11} - \frac{b_{12}^2}{b_{22}} - \frac{b_{13}^2}{b_{33}}}} \\
 \text{ATENUACION: } \alpha &= m \frac{\delta(w \cdot w_c)^{1/2}}{8\sqrt{2} V_{rt}} \frac{\sum_{i=2}^3 \left(\frac{(b_{11} + b_{ii})}{b_{ii}} \right)^2}{\left(b_{11} - \sum_{i=2}^3 \frac{b_{1i}^2}{b_{ii}} \right)^{1/2}}
 \end{aligned}
 \tag{1.4.24}$$

La expresión que se deduce para la velocidad coincide completamente con la encontrada en un medio poroso que contiene dos fluidos sin viscosidad y viene dada por la ecuación (1.4.4). Llegamos, por tanto, a la interesante conclusión de que para altas frecuencias se puede despreciar la influencia de la viscosidad en la velocidad.

Con respecto a la atenuación diremos que para frecuencias muy grandes observamos una dependencia con la raíz cuadrada de la frecuencia al mismo tiempo que con la forma y tamaño de los poros (reflejado mediante el parámetro δ). Esta conclusión parece estar de acuerdo con las predicciones encontradas por Biot⁽¹¹⁾.

1.5.- ONDAS LONGITUDINALES

1.5.1.- ONDAS ELASTICAS

Las ecuaciones de propagación en un medio poroso que contiene fluido no viscoso, se reducen a las ecuaciones de propagación de ondas elásticas. Las expresiones (1.3.11) para ondas longitudinales, queda reducida en el caso de ondas elásticas ($b=0$):

$$\begin{aligned}\nabla^2 \left(a_{11}e + a_{12}\epsilon_1 + a_{13}\epsilon_2 \right) &= \frac{1}{v_{r1}^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(b_{11}e + b_{12}\epsilon_1 + b_{13}\epsilon_2 \right) \\ \nabla^2 \left(a_{12}e + a_{22}\epsilon_1 \right) &= \frac{1}{v_{r1}^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(b_{12}e + b_{22}\epsilon_1 \right) \\ \nabla^2 \left(a_{13}e + a_{33}\epsilon_2 \right) &= \frac{1}{v_{r1}^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(b_{13}e + b_{33}\epsilon_2 \right)\end{aligned}\tag{1.5.1}$$

donde se han introducido los parámetros adimensionales dados en la expresión (1.4.2) y además:

$$\begin{aligned}a_{11} &= \frac{\lambda + 2\mu}{H} & a_{22} &= \frac{R_1}{H} & a_{33} &= \frac{R_2}{H} \\ a_{12} &= \frac{Q_1}{H} & a_{13} &= \frac{Q_2}{H}\end{aligned}\tag{1.5.2}$$

siendo :

$$H = \lambda + 2\mu + 2Q_1 + 2Q_2 + R_1 + R_2\tag{1.5.3}$$

y V_{r1} una velocidad de referencia:

$$V_{r1} = \left(\frac{H}{\rho} \right)^{1/2} \quad (1.5.4)$$

que representa la velocidad de una onda longitudinal en el agregado cuando se supone que no existe movimiento relativo entre el sólido y los fluidos; es decir, cuando $e = \varepsilon_1 = \varepsilon_2$.

Si se considera una onda plana propagándose en la dirección x , las soluciones de las ecuaciones (1.5.1), se pueden escribir como:

$$\begin{aligned} e &= C_1 e^{j(Kx+wt)} \\ \varepsilon_1 &= C_2 e^{j(Kx+wt)} \\ \varepsilon_2 &= C_3 e^{j(Kx+wt)} \end{aligned} \quad (1.5.5)$$

donde K es el número de onda de las ondas longitudinales, w la frecuencia angular y t el tiempo.

Sustituyendo las soluciones (1.5.5) en las ecuaciones (1.5.1) y eliminando las constantes C_1 , C_2 y C_3 se obtiene la siguiente expresión:

$$\boxed{A z^3 + B z^2 + C z + D = 0} \quad (1.5.6)$$

donde

$$z = \left(\frac{v_{r1}}{v_1} \right)^2 \quad (1.5.7)$$

$$v_1 = \frac{\omega}{K}$$

Los coeficientes de la ecuación (1.6.6) toman los siguientes valores:

$$A = a_{22}a_{13}^2 + a_{33}a_{12}^2 - a_{11}a_{22}a_{33}$$

$$B = b_{33}a_{11}a_{22} + b_{22}a_{11}a_{33} + b_{11}a_{22}a_{33} - b_{22}a_{13}^2 - b_{33}a_{12}^2 - 2b_{12}a_{12}a_{33} - \\ - 2b_{13}a_{13}a_{22}$$

$$C = -b_{22}b_{33}a_{11} - b_{11}b_{33}a_{22} - b_{11}b_{22}a_{33} + b_{13}^2a_{22} + b_{12}^2a_{33} + 2b_{13}b_{22}a_{13} + \\ + 2b_{12}b_{33}a_{12}$$

$$D = b_{11}b_{22}b_{33} - b_{22}b_{13}^2 - b_{33}b_{12}^2$$

La ecuación (1.5.6) tiene tres raíces, V_{11} , V_{12} , y V_{13} correspondientes a tres velocidades distintas. Es importante destacar este interesante resultado. Si bien, según la teoría de Biot⁽³⁴⁾, al considerar el medio poroso Sólido-Fluido se transmiten solamente dos ondas longitudinales denominadas respectivamente ondas "rápidas" o de "primer orden", en las cuales las amplitudes están en fase con la onda incidente, siendo además, las de mayor velocidad; y ondas "lentas" o de "segundo orden", que se propagan con

una velocidad menor, estando las amplitudes en oposición de fase.

Cuando definimos el medio poroso Solido-Fluido1-Fluido2 teóricamente aparece una nueva onda longitudinal que denominamos de "tercer orden", propagándose a una velocidad distinta a las otras dos.

Este resultado podemos generalizarlo concluyendo que en el medio poroso se transmitirán tantas ondas longitudinales como componentes distintas contenga el medio poroso definido.

1.5.2.- ONDAS ATENUADAS

1.5.2.1.- Bajas frecuencias

Las ondas longitudinales están desacopladas de las transversales, al igual que en el caso de ondas elásticas. Cuando se considera que existe disipación, las ecuaciones de propagación vendrán dadas por las expresiones (1.3.4). Teniendo en cuenta una solución para estas ecuaciones análogas a las ecuaciones (1.5.5) y eliminando las constantes C_1 , C_2 y C_3 se encuentra la siguiente relación:

$$(A + jA') + (B + jB')z + (C + jC')z^2 + Dz^3 = 0 \quad (1.5.8)$$

donde la variable z viene definida en (1.5.7). En este caso z y K son dos variables complejas. Los coeficientes de esta ecuación están expresados a continuación:

$$A = b_{11}b_{22}b_{33} - b_{13}^2b_{22} - b_{12}^2b_{33} - \left(\frac{w_c}{w}\right)^2 m^2$$

$$A' = \left(\frac{w_c}{w}\right)m \left[b_{13}^2 - b_{33}p_{12} + b_{12}^2 - b_{22}p_{13} \right]$$

$$B = \left[-a_{11}b_{22}b_{33} + a_{22}(b_{13}^2 - b_{11}b_{33}) + a_{33}(b_{12}^2 - b_{11}b_{22}) + 2a_{12}b_{12}b_{33} + \right. \\ \left. + 2a_{13}b_{13}b_{22} \right] + \left(\frac{w_c}{w}\right)^2 m^2$$

$$B' = \left[a_{33}p_{12} + a_{22}p_{13} + b_{22}q_{13} + b_{33}q_{12} - 2a_{13}b_{13} - 2a_{12}b_{12} \right] \cdot \left(\frac{w_c}{w}\right)m$$

$$C = a_{22}a_{33}b_{11} + a_{22}(a_{11}b_{33} - 2a_{13}b_{13}) + a_{33}(a_{11}b_{22} - 2a_{12}b_{12}) - a_{13}^2b_{22} - \\ - a_{12}^2b_{33}$$

$$C' = \left(\frac{w_c}{w}\right)m \left[a_{12}^2 - a_{22}q_{13} + a_{13}^2 - a_{33}q_{12} \right]$$

$$D = a_{12}^2a_{33} + a_{13}^2a_{22} - a_{11}a_{22}a_{33}$$

$$\text{con: } m = (b_{12} + b_{22} + b_{13} + b_{33})$$

$$p_{12} = b_{11} + b_{22} + 2b_{12}$$

$$q_{12} = a_{11} + a_{22} + 2a_{12}$$

$$p_{13} = b_{11} + b_{33} + 2b_{13}$$

$$q_{13} = a_{11} + a_{33} + 2a_{13}$$

(1.5.9)

La ecuación (1.5.8) vuelve a tener tres raíces z_1 , z_2 y z_3 debido a tres ondas longitudinales tal y como ocurría en el caso de no existir disipación (ecuación 1.5.6).

Definimos z_I , z_{II} y z_{III} como las raíces de la ecuación (1.5.8) que corresponden respectivamente a las ondas de primer, segundo y tercer orden.

$$\begin{aligned}\sqrt{z_I} &= R_I + j I_I \\ \sqrt{z_{II}} &= R_{II} + j I_{II} \\ \sqrt{z_{III}} &= R_{III} + j I_{III}\end{aligned}\tag{1.5.10}$$

Las VELOCIDADES de estas ondas se podrán expresar en función de la parte real de las raíces:

$$\begin{aligned}\text{ONDAS PRIMER ORDEN:} \quad \frac{v_I}{V_{r1}} &= \frac{1}{|R_I|} \\ \text{ONDAS SEGUNDO ORDEN:} \quad \frac{v_{II}}{V_{r1}} &= \frac{1}{|R_{II}|} \\ \text{ONDAS TERCER ORDEN:} \quad \frac{v_{III}}{V_{r1}} &= \frac{1}{|R_{III}|}\end{aligned}\tag{1.5.11}$$

Análogamente, la ATENUACION se obtendrá a partir del término imaginario como se expresa a continuación:

$$\begin{aligned}
\text{ONDAS PRIMER ORDEN:} \quad \alpha_I &= |I_I| \frac{w}{V_{r1}} \\
\text{ONDAS SEGUNDO ORDEN:} \quad \alpha_{II} &= |I_{II}| \frac{w}{V_{r1}} \\
\text{ONDAS TERCER ORDEN:} \quad \alpha_{III} &= |I_{III}| \frac{w}{V_{r1}}
\end{aligned} \tag{1.5.12}$$

La amplitud de cada una de estas tres ondas como una función de la distancia (x), será proporcional a $\exp(-\alpha_i x)$, ($i = I, II, III$).

1.5.2.2. Altas frecuencias

Cuando se consideran frecuencias altas, las ecuaciones de propagación vendrán dadas por la ecuación (1.3.11), donde entra de nuevo en juego el factor $F(\Gamma)$ que introduce el efecto de la frecuencia. Razonando de forma similar al caso anterior, encontramos la misma ecuación de tercer grado (1.5.8) aunque sus coeficientes serán distintos. A continuación se especifican los valores de tales coeficientes:

$$\begin{aligned}
A &= \left(b_{11} b_{22} b_{33} - b_{13}^2 b_{22} - b_{12}^2 b_{33} \right) + A_1 \left(b_{33} p_{12} - b_{13}^2 + b_{22} p_{13} - b_{12}^2 \right) - \\
&\quad - A_r^2 + A_1^2
\end{aligned}$$

$$A' = A_r \left(-b_{33} p_{12} + b_{13}^2 - b_{22} p_{13} + b_{12}^2 \right) - 2A_r A_1$$

$$B = \left(-a_{11}b_{22}b_{33} + a_{22}(b_{13}^2 - b_{11}b_{33}) + a_{33}(b_{12}^2 - b_{11}b_{22}) + 2a_{12}b_{12}b_{33} + \right. \\ \left. + 2a_{13}b_{13}b_{22} \right) + A_1 \left(-b_{33}q_{12} - a_{33}p_{12} + 2a_{13}b_{13} - b_{22}q_{13} - a_{22}p_{13} + \right. \\ \left. + 2a_{12}b_{12} \right) + A_r^2 - A_1^2$$

$$B' = A_r \left(b_{33}q_{12} + a_{33}p_{12} - 2a_{13}b_{13} + b_{22}q_{13} + a_{22}p_{13} - 2a_{12}b_{12} \right) + 2A_r A_1$$

$$C = \left(a_{22}a_{33}b_{11} + b_{22}(a_{11}a_{33} - a_{13}^2) + b_{33}(a_{11}a_{22} - a_{12}^2) - 2a_{12}a_{33}b_{12} - \right. \\ \left. - 2a_{13}a_{22}b_{13} \right) + A_1 \left(a_{33}q_{12} - a_{13}^2 + a_{22}q_{13} - a_{12}^2 \right)$$

$$C' = A_r \left(a_{13}^2 - a_{33}q_{12} + a_{12}^2 - a_{22}q_{13} \right)$$

$$D = a_{22}a_{13}^2 + a_{33}a_{12}^2 - a_{11}a_{22}a_{33}$$

donde los parámetros p_{12} , p_{13} , q_{12} , y q_{13} están definidos en (1.5.9).

Los coeficientes A_r y A_1 también están definidos en (1.4.20) y como se puede observar son funciones que dependen de la frecuencia.

De nuevo las raíces de la ecuación (1.5.8) representadas como z_I , z_{II} y z_{III} se expresan según (1.5.10), y podemos obtener las velocidades y atenuación a partir de las expresiones (1.5.11) y (1.5.12) respectivamente.

CAPITULO 2

CARACTERISTICAS ACUSTICAS DE SEDIMENTOS REALES SATURADOS

2.1.- INTRODUCCION

En este Capítulo caracterizaremos las propiedades acústicas de los sedimentos marinos a partir de la aplicación directa de la teoría generalizada de Biot desarrollada en el Capítulo 1.

En él hemos obtenido un modelo teórico de propagación de ondas acústicas en medios porosos saturados, siendo una mezcla de agua y aire el fluido que llena los poros, llegando a deducir que en ausencia de límites pueden existir cuatro tipos de ondas, una transversal y tres longitudinales: de primero, segundo y tercer orden.

Aportamos nosotros en este capítulo el estudio del problema que supone la transmisión de una onda acústica a través de un fondo sedimentario real saturado y constituido por el sistema trifásico arena-agua-aire.

Aquí no desarrollaremos el tratamiento completo de la propagación acústica en fondos marinos, pues en realidad una onda progresiva propagándose en un entorno submarino encontrará una superficie límite de separación entre dos medios de propiedades acústicas diferentes⁽³⁵⁾⁽³⁶⁾. El primero, desde el cual inciden las ondas, es un medio homogéneo (agua del mar), transmitiéndose a un segundo medio poroso saturado cuya naturaleza puede variar ampliamente de unas zonas a otras del Océano.

En este trabajo solamente nos limitaremos a estudiar las características de propagación en este segundo medio inhomogéneo sin entrar en consideraciones de la procedencia de las ondas acústicas.

Las propiedades acústicas que vamos a caracterizar son velocidad y atenuación en un fondo marino arenoso teniendo en cuenta el modelo teórico desarrollado anteriormente y haciendo uso de los valores experimentales de los parámetros físicos más característicos de los sedimentos reales obtenidos por diversos autores^(12,37,38,39,40).

2.2.- CARACTERIZACION DEL FONDO SEDIMENTARIO

Aunque genéricamente a lo largo de este trabajo hablamos del sistema trifásico ARENA-AGUA-AIRE, es preciso definir de una manera formal cada uno de sus componentes. Con respecto a la parte fluida del sistema: AGUA y AIRE, creemos que no es necesario ahondar en ellas dado que sus características son de sobra conocidas por todos. Sin embargo, es necesario caracterizar la parte sólida de una manera suficientemente precisa, ya que a partir de consideraciones puramente geológicas, podemos encontrar diversos tipos de arenas.

Atendiendo al tamaño de los granos se llama GRAVA a las partículas naturales con diámetros superiores a 5mm; y ARENA aquellas que tienen sus partículas con un diámetro menor⁽⁴¹⁾.

Dentro de esta clasificación se pueden reconocer aún más tamaños con una nomenclatura que no es standar, pero, en general, suele aceptarse la representada en la TABLA 2.1⁽⁴¹⁾.

Las gravas y arenas proceden de la desintegración natural o artificial de rocas y, según la naturaleza de éstas, reciben el nombre de Silíceas, Calizas, Graníticas, etc. Además son, en general, redondeadas y con una superficie lisa y sin aristas vivas.

GRAVA	MORRO	150-80 mm
	GRAVA GRUESA	80-50 mm
	GRAVA MEDIA	60-40 mm
	GRAVA MENUDA	50-30 mm
	GRAVILLA	30-20 mm
	GARBANCILLO	20-5 mm
ARENA	ARENA GRUESA	5-2 mm
	ARENA FINA	2-0.05 mm
	POLVO	0.05-0 mm

TABLA 2.1

CLASIFICACION DE LAS PARTICULAS SOLIDAS SEGUN SU TAMAÑO

En los sedimentos reales saturados suele emplearse otra clasificación aún más precisa, siempre atendiendo a su tamaño de grano y en la que se hace más extensa la diferenciación entre los diversos tipos de arena, obteniéndose en base a técnicas granulométricas⁽²⁸⁾. Estos análisis se efectúan por dos métodos distintos:

- Por CRIBADO de los granos cuyos diámetros sean superiores 0.1 mm.
- Por SEDIMENTACION en un líquido para granos más finos.

A partir de estas técnicas podemos encontrar la clasificación representada en la TABLA 2.2⁽²⁸⁾.

GRAVILLAS	20-2 mm
ARENAS	2- 0.05 mm
LIMOS	0.05-0.005 mm
ARCILLAS	< 0.005 mm

TABLA 2.2

CLASIFICACION DE LAS PARTICULAS SEDIMENTARIAS SEGUN SU TAMAÑO

En el fondo marino sedimentario no nos encontraremos con un tipo específico de granos, sino que dicho fondo estará constituido por un conjunto de partículas sólidas de distintos tamaños. En general no se puede hablar de un solo tipo de partículas y por consiguiente es preciso trabajar con el tamaño medio de los gránulos del sedimento.

Ya en el año 1922, WENTWORTH⁽⁴²⁾ realizó una clasificación de los tamaños de grano de la arena y posteriormente SHEPARD⁽⁴³⁾ en el año 1954 la amplió para arcillas y limos. Siguiendo la nomenclatura de estos autores, HAMILTON⁽⁴⁴⁾ encontró, a partir de las medidas realizadas "in situ" en la Plataforma Continental de varias áreas del Océano (mar del Norte, mar de Bering, mar Mediterráneo, etc.), que el fondo marino en su mayor parte está constituido por arcillas, limos y una mezcla de ellos; es decir, para tama-

ños de los granos menores de 0.05mm, (Tabla 2.2).

En la Figura 2.1 podemos observar un diagrama que representa los diferentes fondos sedimentarios, atendiendo a la clasificación de WENTWORTH y SHEPARD, donde los puntos hacen referencia a las medidas realizadas por HAMILTON.

Por último, otra característica que es necesario precisar en un sedimento saturado de fluido, además del tamaño de grano, es la DENSIDAD de las partículas. No sirve, sin embargo, especificar exclusivamente la Densidad absoluta (relación masa/volumen), sino que debido a que la arena experimenta un aumento de volumen del conjunto de granos cuando éstos se encuentran rodeados de una película de agua, es necesario definir la Densidad de Conjunto que es la relación entre el peso de un conjunto de granos y el volumen de ese mismo conjunto, incluidos los huecos. Cabe pensar que esta densidad de conjunto variará con el estado de COMPACTACION, o lo que es lo mismo, de la colocación de los granos.

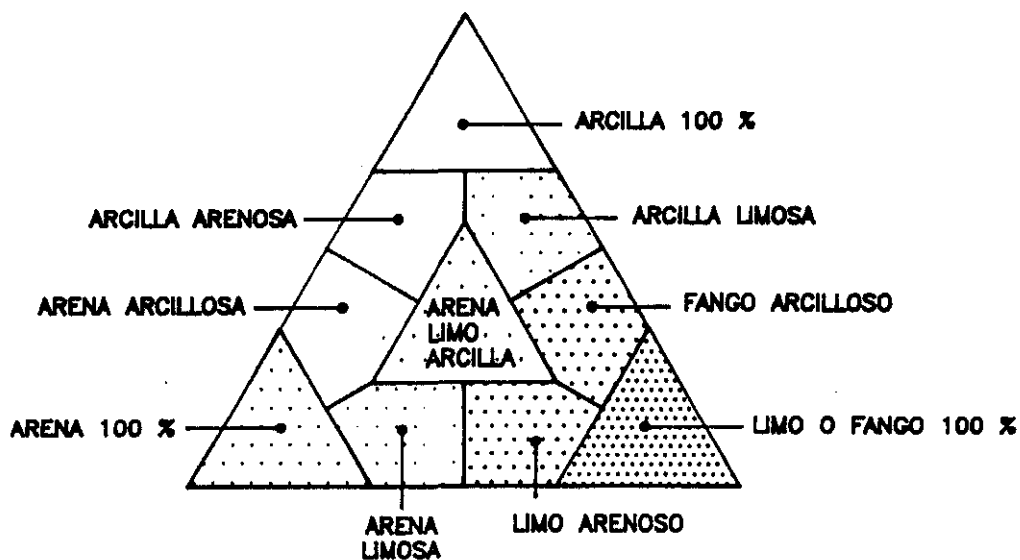


Figura 2.1.- Diagrama de los diferentes fondos sedimentarios según la representación de WENTWORTH y SHEPAR.

2.3.- CONSIDERACIONES TEORICAS

En el año 1962 BIOT⁽³⁴⁾ propone otras formas alternativas de plantear los mecanismos de deformación y propagación acústica en medios porosos como consecuencia de la necesidad de obtener relaciones entre los coeficientes elásticos definidos en la teoría y los parámetros físicos del sedimento medibles directamente. Así, ya en el año 1957⁽⁴⁵⁾ describe diversos métodos de medida para la determinación de los coeficientes elásticos.

Stoll⁽¹³⁾, en el año 1974, desarrolla un modelo fenomenológico basado en la teoría de Biot para sedimentos reales saturados teniendo en cuenta las propiedades elásticas de compresibilidad y rigidez de la estructura, compresibilidad del fluido y las principales causas de atenuación.

Con las investigaciones de este autor y Feng⁽³⁸⁾ comienza el verdadero desarrollo del estudio de fondos marinos.

En el capítulo 1 (ecuación 1.1.9), las relaciones entre las tensiones y las deformaciones se plantean bajo el punto de vista de considerar independientemente la deformación sufrida por cada uno de los componentes que integran el medio poroso sedimentario; así se definen las tensiones en el sólido ($\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \dots$) y las que aparecen en el fluido contenido en los poros, que como ya conocemos está formado por agua (σ_1) y aire (σ_2).

En el nuevo planteamiento que propone Biot se considera al medio poroso sedimentario como una unidad y consecuentemente es preciso definir primeramente las tensiones totales que aparecen en el medio poroso y en segundo lugar la presión a que está sometido el fluido contenido en los poros.

Nosotros, a continuación, planteamos los mecanismos de deformación en su forma alternativa y particularizados al sistema trifásico.

En un material poroso como es un sedimento marino arenoso se definen

los vectores de desplazamiento en el sólido (\vec{u}) y en cada uno de los fluidos de los poros (\vec{U}, \vec{V}).

La deformación volumétrica de un elemento confinado en una estructura porosa, e , viene dada como ya habíamos visto por:

$$e = e_{xx} + e_{yy} + e_{zz} = \text{div}(u) \quad (1.1.6)$$

El volumen de fluido que fluye hacia dentro o hacia fuera del elemento, ζ , representa el incremento de contenido de fluido y es consecuencia de la contribución de ambos componentes que llenan los poros (ζ_1, ζ_2):

$$\text{AGUA : } \zeta_1 = \beta\beta_1 \text{div}(\vec{u} - \vec{U}) = \beta\beta_1 (e - \epsilon_1)$$

$$\text{AIRE : } \zeta_2 = \beta(1-\beta_1) \text{div}(\vec{u} - \vec{V}) = \beta(1-\beta_1) (e - \epsilon_2) \quad (2.3.1)$$

$$\zeta = \zeta_1 + \zeta_2 = \beta \left[e - \beta_1 \epsilon_1 - (1-\beta_1) \epsilon_2 \right]$$

donde β es la porosidad del sedimento y β_1 el contenido de agua en el volumen total de fluido.

Al considerar elementos de volumen grandes en comparación con el tamaño de los poros o granos, las ecuaciones de equilibrio entre las tensiones totales actuando en la superficie de un elemento de volumen confinado a una estructura rígida porosa, τ_{ij} ($i, j = x, y, z$) o entre la presión del fluido, p , y las deformaciones e y ζ son :

$$\tau_{xx} = H e - 2\mu(e_{yy} + e_{zz}) - C\zeta$$

$$\tau_{yy} = H e - 2\mu(e_{xx} + e_{zz}) - C\zeta$$

$$\tau_{zz} = H e - 2\mu(e_{xx} + e_{yy}) - C\zeta \quad (2.3.2)$$

$$\tau_{xz} = \mu e_{xz}$$

$$\tau_{xy} = \mu e_{xy}$$

$$\tau_{yz} = \mu e_{yz}$$

$$p = M \zeta - C e$$

Al aplicar una presión externa al sedimento ésta se propagará con la misma intensidad a todos los componentes del medio poroso y consecuentemente es lógico hablar de una sola presión p para los dos fluidos.

H , C , M y μ son operadores que relacionan las componentes de las tensiones y de las deformaciones.

En particular, el operador μ , que expresa la relación entre la tensión y la deformación transversales, es completamente análogo al módulo de cizalladura utilizado en mecánica del sólido tradicional.

Sin embargo, los operadores H , C , y M no son comparables directamente a los módulos usuales definidos en mecánica clásica, por ello es necesario prestarles especial atención.

Para poder entender su significado y encontrar alguna similitud con coeficientes convencionales y medibles directamente, se recurre a dos ensayos hipotéticos cuasiestáticos destinados a obtener la compresibilidad del

sedimento cuando se le somete a un proceso isótropo de carga.

En el primer ensayo, que denominaremos "SISTEMA EMPAQUETADO" o ABIERTO, es preciso mantener constante la presión en el poro. En el segundo, denominado "SISTEMA NO-EMPAQUETADO" o CERRADO, lo que se pretende mantener constante es el contenido de fluido⁽⁴⁶⁾.

- "Sistema Empaquetado"

En este primer caso, se considera una muestra de sedimento que se encuentra completamente encapsulada (o envuelta) en una fina membrana flexible e impermeable, Figura 2.2. El fluido que llena los intersticios del sedimento puede escapar o entrar en la muestra mediante un tubo de drenaje conectado a la membrana cuando hay un cambio de presión ($-p$) en el exterior de la envoltura, de forma que la presión interna del fluido no varíe para pequeñas cargas; y como consecuencia, la muestra cambiará de volumen. La relación entre dicho cambio de volumen y la presión aplicada se define como "COMPRESIBILIDAD EMPAQUETADA" o "COMPRESIBILIDAD DE LA ESTRUCTURA" ($-e/p$).

Sumando las tres primeras ecuaciones en la expresión (2.3.2) ($\tau_{xx} + \tau_{yy} + \tau_{zz}$) y teniendo en cuenta que no hay cambio en la presión de los poros ($p=0$) podemos calcular el valor inverso de la Compresibilidad Empaquetada, que se define como "MODULO DE COMPRESIBILIDAD", K_b , del sedimento drenado y será función de los operadores H , μ , C , y M :

$$K_b = \frac{-p}{e} = H - \frac{4}{3} \mu - \frac{C^2}{M} \quad (2.3.3)$$

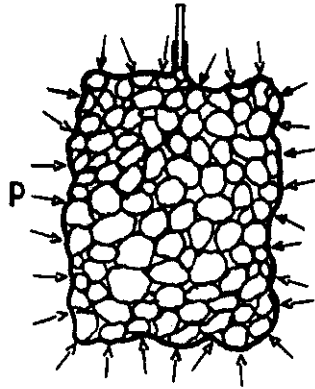


Figura 2.2.- Esquema de una muestra empaquetada

- "Sistema No-Empaquetado"

En este segundo caso, se considera una muestra consolidada de sedimento sumergida completamente en un fluido homogéneo, Figura 2.3. Cuando se aplica una presión $-p$ a la superficie de dicho fluido, ésta se propagará hacia el interior del sedimento produciéndose una dilatación, e , del elemento de volumen considerado, y al mismo tiempo un incremento del contenido de fluido, ζ , para el mismo volumen.

En este caso se definen dos parámetros: "EL FACTOR DE COMPRESIBILIDAD NO-EMPAQUETADO", Ω , como la relación entre la dilatación y la presión aplicada ($-e/p$) y el "COEFICIENTE DE CONTENIDO DE FLUIDO", θ , como la relación entre el contenido de fluido y la presión aplicada.

Teniendo en cuenta que $\tau_{xx} + \tau_{yy} + \tau_{zz} = -3p$ y que la presión en el fluido p es la misma que la aplicada desde el exterior, obtenemos los valores de los coeficientes definidos anteriormente en función de los parámetros H , C , M y μ :

* Factor de compresibilidad no-empaquetado

$$\Omega = - \frac{e}{p} = \frac{1 - \frac{C}{M}}{K_b} \quad (2.3.4)$$

* Coefficiente de contenido de fluido

$$\theta = \frac{\zeta}{p} = \frac{H - \frac{4}{3} \mu - C}{M K_b} \quad (2.3.5)$$

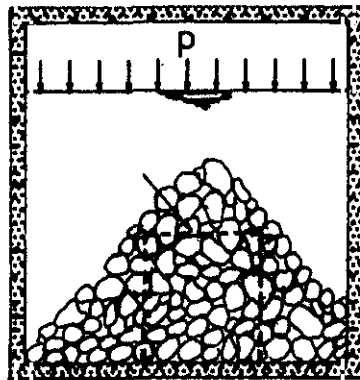


Figura 2.3.- Esquema de una muestra no empaquetada

Al aplicar una carga en una muestra no empaquetada hay que considerar que la porosidad del sedimento permanecerá constante; esto nos permite encontrar expresiones de Ω , y θ relacionadas con cantidades físicas más familiares y potencialmente medibles, tales como el módulo de compresibilidad de los granos, K_s , módulo de compresibilidad del agua, K_1 , y módulo de compresibilidad del aire, K_2 :

$$\Omega = \frac{1}{K_s}$$

$$\theta = \beta \left[\beta_1 \left(\frac{1}{K_1} - \frac{1}{K_s} \right) + (1-\beta_1) \left(\frac{1}{K_2} - \frac{1}{K_s} \right) \right] \quad (2.3.6)$$

Así pues, con el conjunto de expresiones (2.3.6) y las relaciones (2.3.3-2.3.5) se obtienen valores de H , C , y M en términos de las propiedades físicas del sedimento (K_b , K_s , K_1 y K_2). No es necesario buscar una relación para el operador μ dado que es una característica del sedimento que puede ser medido directamente.

$$H = K_b + \frac{4}{3} \mu + \frac{(K_s - K_b)^2}{D - K_b}$$

$$C = \frac{K_s (K_s - K_b)}{D - K_b} \quad (2.3.7)$$

$$M = \frac{K_s^2}{D - K_b}$$

donde D se define como:

$$D = K_s \left[1 + \beta\beta_1 \left(\frac{K_s}{K_1} - 1 \right) + \beta(1-\beta_1) \left(\frac{K_s}{K_2} - 1 \right) \right]$$

Los módulos de compresibilidad de los granos individuales, del agua y del aire, K_s , K_1 y K_2 , son constantes elásticas, mientras que el módulo de compresibilidad y el de cizalladura del conjunto de partículas que constituyen la estructura porosa, K_b y μ , son operadores viscoelásticos y tienen en cuenta las distintas formas de disipación de energía que pueden manifestarse durante el contacto entre los granos^{(47) (48)}.

Una vez obtenida una relación directa entre los parámetros H, C y M con magnitudes físicas medibles, aún nos falta encontrar la conexión entre dichos parámetros y los coeficientes elásticos (Q_1 , Q_2 , R_1 , R_2 y λ) incluidos en las ecuaciones de propagación según se han definido en el Capítulo primero⁽⁴⁹⁾. Dicha correspondencia no es difícil de hallar si tenemos en cuenta que las tensiones totales producidas en el medio poroso están directamente vinculadas con las correspondientes a cada uno de los componentes de dicho medio poroso (ecuaciones 1.1.10):

$$\tau_{xx} = \sigma_{xx} + \sigma_1 + \sigma_2$$

$$\tau_{yy} = \sigma_{yy} + \sigma_1 + \sigma_2$$

$$\tau_{zz} = \sigma_{zz} + \sigma_1 + \sigma_2 \quad (2.3.8)$$

$$\tau_{xy} = \sigma_{xy}$$

$$\tau_{xz} = \sigma_{xz}$$

$$\tau_{yz} = \sigma_{yz}$$

Comparando miembro a miembro todos los términos de estas ecuaciones llegamos a obtener las relaciones entre los diferentes parámetros elásticos:

$$R_1 = M\beta^2\beta_1$$

$$R_2 = M\beta^2(1-\beta_1)$$

$$Q_1 = \beta\beta_1(C - M\beta) \quad (2.3.9)$$

$$Q_2 = \beta(1-\beta_1)(C - M\beta)$$

$$\lambda + 2\mu = H - \beta(2C - M\beta)$$

Sin embargo, aún es necesario definir relaciones entre las densidades ρ_{ij} ($i, j = x, y, z$) con algunos parámetros que nos resulten familiares. Dichas relaciones las podemos encontrar sin dificultad al desarrollar la expresión de la energía cinética en sus dos formas alternativas de planteamiento de los mecanismos de deformación. Así las expresiones que se obtienen para los parámetros másicos, teniendo en cuenta la definición de ρ_{ij} , ecuación (1.2.25), son:

$$\rho_{11} = \rho - m_1\beta^2\beta_1^2 - m_2\beta^2(1-\beta_1)^2 - 2\rho_1\beta\beta_1 - 2\rho_2\beta(1-\beta_1)$$

$$\rho_{22} = m_1(\beta\beta_1)^2$$

$$\rho_{33} = m_2\left[\beta(1-\beta_1)\right]^2 \quad (2.3.10)$$

$$\rho_{12} = \rho_1 \beta \beta_1 - m_1 (\beta \beta_1)^2$$

$$\rho_{13} = \rho_g \beta (1 - \beta_1) - m_2 [\beta (1 - \beta_1)]^2$$

El término ρ representa la densidad total del agregado y su definición viene dada en la ecuación (1.2.18); ρ_1 y ρ_g son las densidades del agua y aire respectivamente. Los coeficientes m_1 y m_2 representan unas densidades de masa aparentes correspondientes a cada uno de los fluidos que saturan los poros y vienen dados por las siguientes expresiones:

$$m_1 = c \frac{\rho_1}{\beta \beta_1}$$

$$m_2 = c \frac{\rho_g}{\beta (1 - \beta_1)} \quad (2.3.11)$$

Estos coeficientes⁽⁴⁰⁾ tienen en cuenta el hecho de que no todo el fluido se mueve en la dirección del gradiente de presión macroscópico debido a la forma y orientación de la interconexión entre los poros, y cuya simetría en los sedimentos reales puede ser muy compleja. El coeficiente c es una constante que se puede determinar experimentalmente, denominada "Factor de Tortuosidad". Cuando los poros son uniformes y paralelos al gradiente, entonces $c=1$, mientras que en un sistema uniforme con todas la orientaciones posibles el valor teórico de c es 3. En sedimentos reales el valor de c está comprendido entre estos dos límites.

2.4.- VALORACION DE LAS CARACTERISTICAS ACUSTICAS DEL SISTEMA TRIFASICO

Para evaluar la velocidad de propagación de las ondas acústicas y su absorción en el sistema trifásico que nos ocupa, se hace imprescindible conocer el valor de 14 parámetros característicos del medio⁽⁵⁰⁾. En la TABLA 2.3 vienen reflejados estos valores de acuerdo con nuestras medidas experimentales y con los valores encontrados en la Bibliografía, que se acompaña en la tabla entre paréntesis.

Tres de estos parámetros dependen del fluido intersticial compuesto por agua y aire:

- * Densidad
- * Módulo de compresibilidad
- * Viscosidad

dos de ellos están condicionados al sólido que componen los granos:

- * Densidad
- * Módulo de compresibilidad

y todos los restantes están ligados a la estructura que forma el sedimento:

- * Porosidad
- * Tamaño del grano
- * Permeabilidad dinámica
- * Tortuosidad de los poros
- * Módulo de compresibilidad
- * Módulo de cizalladura

Estos dos últimos parámetros están directamente relacionados con la compactación del sedimento.

TABLA 2.3

PARAMETROS CARACTERISTICOS DE UN SEDIMENTO POROSO. TODAS LAS MAGNITUDES VIENEN EXPRESADAS EN EL SISTEMA INTERNACIONAL.

MAGNITUD FISICA Y UNIDADES	AGUA	ARENA	AIRE
-Densidad (Kg/m^3) (51)	$\rho_1 = 1 \times 10^3$	$\rho_s = 2.65 \times 10^3$	$\rho_g = 1.21$
-Mod. Compresibilidad (N/m^2) (48) (51)	$K_1 = 2 \times 10^9$	$K_s = 3.6 \times 10^{10}$	$K_2 = 1.42 \times 10^5$
-Viscosidad Dinámica (Ns/m^2) (17) (51)	$\gamma_1 = 1 \times 10^{-3}$		$\gamma_2 = 1.81 \times 10^{-5}$
-Porosidad (%)		$0 < \beta < 1$	
-Diámetro medio de los granos (m)		$d = 5 \times 10^{-4}$	
-Mod. Compresibilidad Estructura (N/m^2) (48)		$K_b = 4.36 \times 10^7$	
-Mod. Cizalladura Estructura (N/m^2) (48)		$\mu = 2.61 \times 10^7$	
-Permeabilidad Diná- mica (m^2) (17) (52) (53)		$10^{-8} \leq \chi \leq 10^{-12}$	
-Tortuosidad de los poros (40)		$c = 1.25$	

Con el fin de deducir la variación teórica de la velocidad de propagación de las ondas acústicas con el contenido de fluido en el sistema trifásico arena-agua-aire es preciso distinguir las ondas transversales de las longitudinales. Además, según se ha visto en el Capítulo 1, para cada tipo de ondas hemos encontrado expresiones diferentes con ondas elásticas y atenuadas.

2.5.- ONDAS ELASTICAS

En primer lugar analizaremos el comportamiento de las ondas elásticas tanto para ondas transversales como longitudinales.

Al estudiar la velocidad de propagación de las ondas transversales se hace necesario recurrir a la ecuación obtenida en el Capítulo primero (ecuación 1.4.4), donde necesitamos calcular primeramente los parámetros adimensionales b_{ij} (ec. 1.4.2). Tanto estos parámetros como los a_{ij} (ec.1.5.2) vienen relacionados con las propiedades elásticas y físicas del medio poroso y cuyas expresiones las hemos encontrado en el apartado anterior (ecuaciones 2.3.9 y 2.3.10).

De manera análoga a como ANDERSON y HAMPTON⁽⁵⁴⁾ en 1980 presentaban la variación teórica de la velocidad con el porcentaje de agua/aire en los poros y utilizando las mismas hipótesis de partida para frecuencias por debajo de la resonancia de las burbujas, calculamos las curvas continuas de velocidad de propagación en función del contenido de agua en los poros.

Obtenemos una familia de curvas para distintas porosidades del medio y siempre utilizando los valores de los parámetros indicados en la TABLA 2.3.

2.5.1.- ONDAS TRANSVERSALES

La velocidad teórica de las ondas transversales que se propagan a través de un medio elástico viene representada en la Figura 2.4, donde se muestra su dependencia con el contenido de agua presente en los poros, así como su variación con la porosidad.

En primer lugar podemos observar que a medida que aumenta la porosidad del sedimento, su velocidad de propagación también se hace mayor. Sin embargo, los valores de las velocidades no son muy elevados, y el rango de variabilidad oscila entre los 105m/s y los 130m/s para sedimentos con porosidades comprendidas entre un 10 y un 40%.

Para valores superiores de la porosidad al 40%, la velocidad sigue aumentando, llegando a valores de unos 180m/s para $\beta=0.7$.

En estos sedimentos altamente porosos no se suele estudiar su comportamiento a partir de la teoría de Biot (válida para porosidades bajas), sino que se recurre a otros modelos más adecuados, pudiéndose abordar el problema mediante teorías de suspensiones⁽⁵⁵⁾, dado que estos sedimentos se pueden considerar como tales.

Otro aspecto interesante de analizar es el comportamiento de la velocidad para un valor concreto de la porosidad (β) cuando varía la cantidad de agua/aire presente en los poros.

Podemos hacer una distinción entre altas y bajas porosidades. Así para porosidades pequeñas (0.1, 0.2, 0.3) la velocidad es prácticamente constante e independiente de la cantidad de agua/aire presente.

Sin embargo, para porosidades superiores (0.4, 0.5,...) observamos un descenso prácticamente lineal en la velocidad a medida que aumenta la cantidad de agua frente a la de aire; esta disminución se acentúa más según va

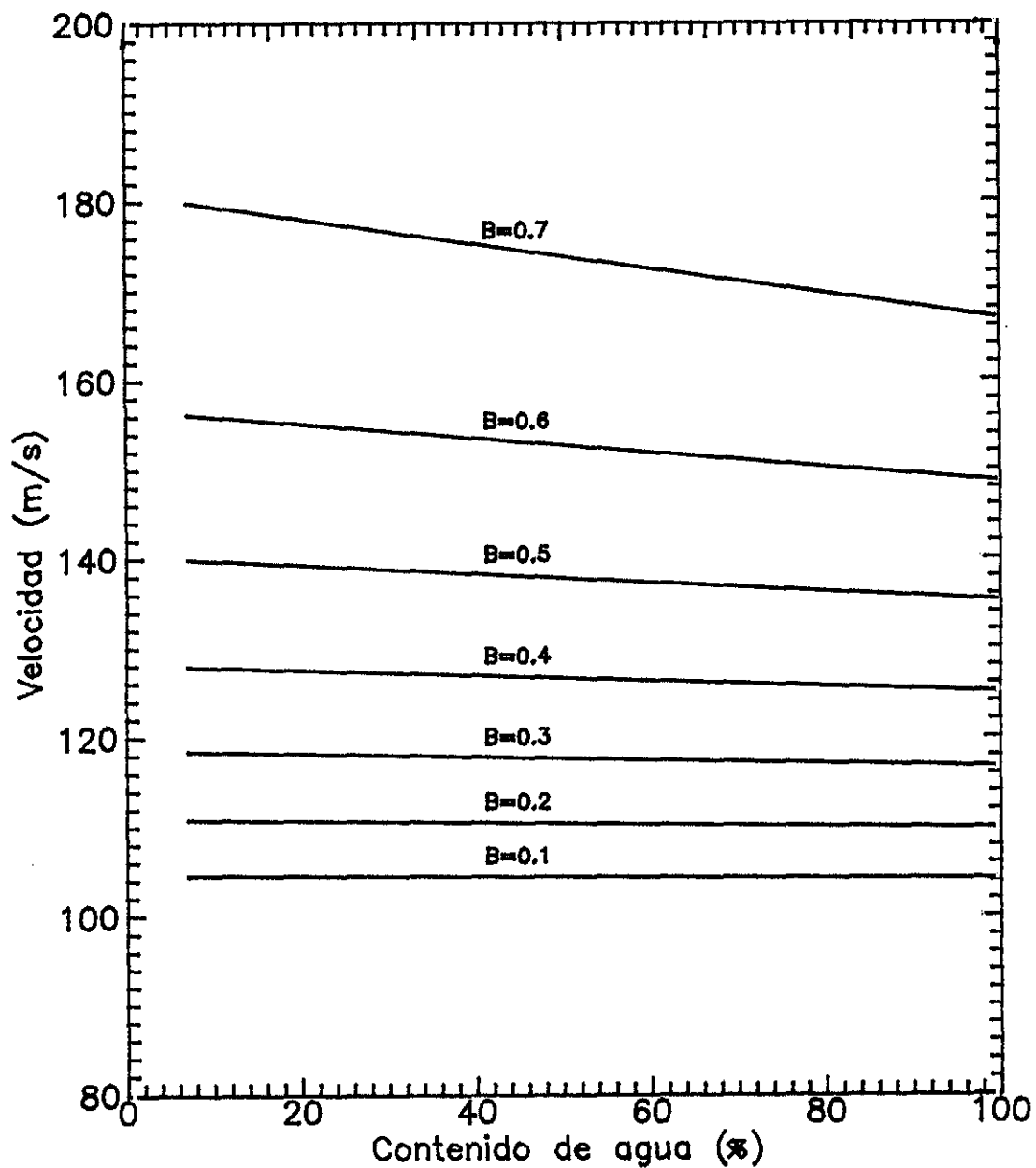


Figura 2.4.— Velocidad de las ondas transversales elásticas en función del contenido de agua en los poros para sedimentos con porosidades (β) comprendidas entre 0.1 y 0.7.

aumentando la porosidad del fondo sedimentario.

Es interesante resaltar que a pesar de ser cada vez mayor la diferencia de velocidades para un mismo sedimento saturado de aire ($\beta_1=0$) o de agua ($\beta_1=1$), sus valores no difieren considerablemente; así por ejemplo para un fondo sedimentario con una porosidad del 70% (tal sedimento podemos considerarlo como una suspensión) su velocidad de propagación varía entre los 181.17m/s cuando los poros están saturados de aire y los 167.08m/s cuando es agua el fluido contenido en ellos.

2.5.2.- ONDAS LONGITUDINALES

Al estudiar el comportamiento de las ondas longitudinales debemos recordar del Capítulo 1 la distinción entre los tres tipos de ondas que aparecen en nuestro sistema trifásico, cada uno propagándose con una velocidad distinta:

- Ondas de primer orden
- Ondas de segundo orden
- Ondas de tercer orden

Al igual que hacíamos con las ondas transversales, con el fin de obtener la velocidad de propagación de las ondas longitudinales cuando varía la porosidad del sedimento y el porcentaje de agua contenido en los intersticios que conforman los poros, es necesario resolver primeramente la ecuación de tercer grado en z (ecuación 1.5.6).

De cada una de las soluciones (z_I, z_{II}, z_{III}) podemos deducir las velocidades de propagación de las ondas longitudinales si tenemos en cuenta la forma en que viene definido el parámetro z (ecuación 1.6.7).

En las gráficas que presentamos a continuación describimos el comportamiento de las tres velocidades de propagación de estas ondas longitudinales, analizando particularmente cada una de ellas, pues su dependencia con el porcentaje de agua contenido en los poros difiere de unas a otras.

En la Figura 2.5 representamos el valor teórico de las tres velocidades en función de la cantidad de agua presente en los poros, cuando el volumen de poros contenido en el volumen total del sedimento es del 40%.

Podemos observar en primer lugar, la diferencia sustancial entre los valores de las velocidades y el distinto comportamiento entre las ondas de primer orden y las otras dos.

Mientras que la velocidad de las ondas de segundo orden se mantiene prácticamente constante hasta un alto porcentaje de agua contenido en los poros (aproximadamente hasta un 96%), las de primer orden parecen ser las más rápidas, variando su velocidad progresivamente, y aumentando de una manera mucho más brusca a partir de porcentajes de agua superiores al 80%.

Con respecto a las ondas de tercer orden, señalar que su velocidad es muy pequeña, aumentando lentamente hasta prácticamente el 100% de agua saturando los poros.

En particular, la velocidad tiende a la de las ondas longitudinales propagándose en un sedimento saturado exclusivamente de agua (100%), que denominaremos a partir de ahora SEDIMENTO DE BIOT.

Del análisis comparativo entre las Figuras 2.4 y 2.5 podemos observar el distinto comportamiento entre las ondas transversales y longitudinales.

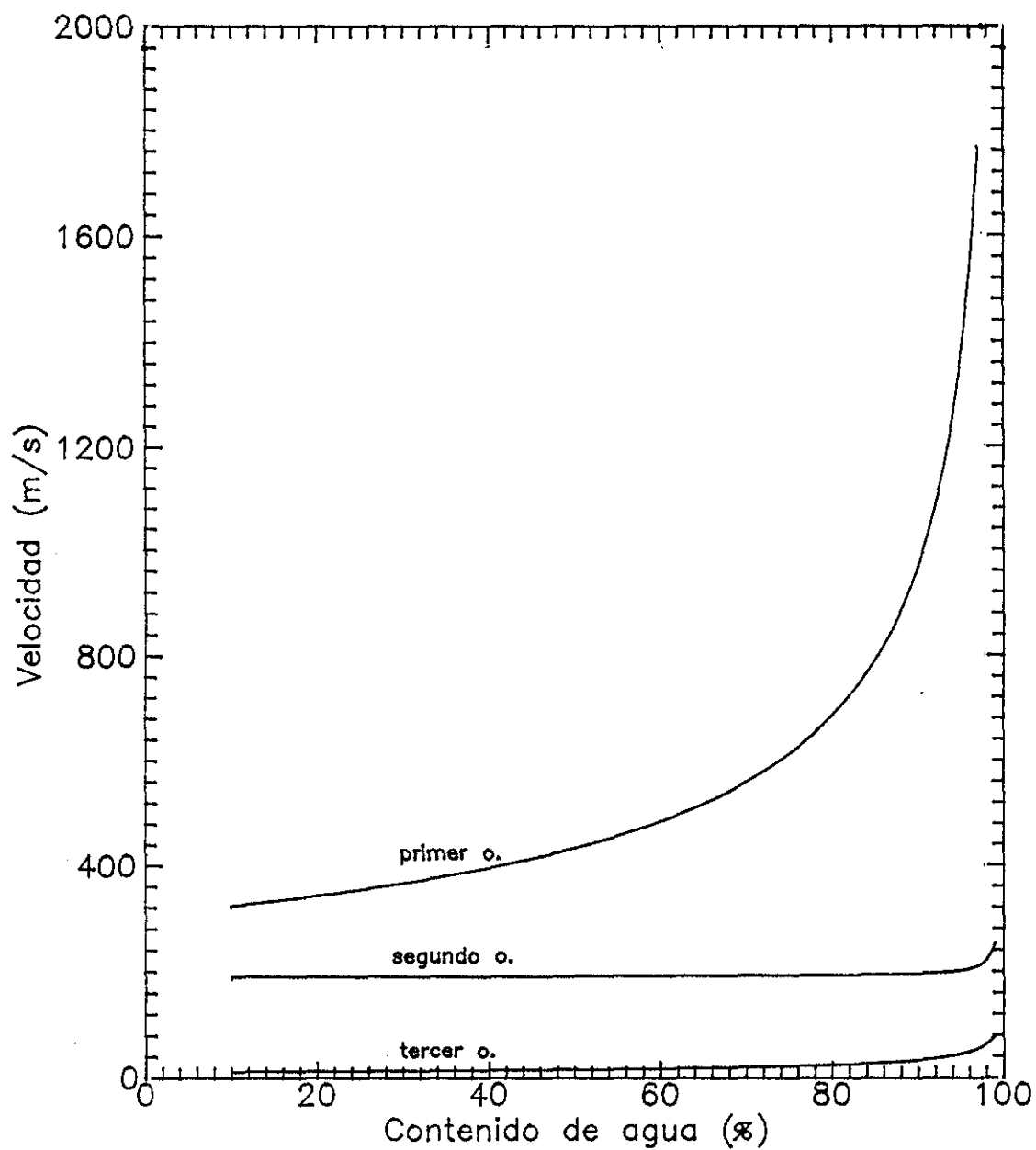


Figura 2.5.- Velocidad de las ondas longitudinales elásticas de primer, segundo y tercer orden en función del porcentaje de agua en los poros.

En las primeras, la velocidad sigue una ley de variación decreciente en relación con la proporción de agua y aire a medida que aumenta la porosidad del sedimento; mientras que con respecto a los tres tipos de ondas longitudinales la ley de variación es creciente, apartándose del comportamiento lineal para altos contenidos de agua.

En la Figura 2.6 presentamos la variación teórica de la velocidad de las ondas longitudinales en un sedimento de Biot en función del porcentaje de poros presentes en él.

En un sedimento de este tipo, sólomente existirán las ondas rápidas y las lentas que Biot las define como de segundo orden.

Para una porosidad nula, la velocidad de las ondas rápidas alcanza un valor de 3688 m/s, mientras que las lentas su velocidad tiende a cero. Esta circunstancia corresponde a que tal sedimento definido de esta manera ($\beta=0$) no es otro que un sedimento sólido sin poros, y sabemos que en los sólidos sólo existe un tipo de onda longitudinal. En nuestro caso concreto el fondo sedimentario estaría configurado exclusivamente de roca.

Con la sola presencia de una pequeña cantidad de poros, la velocidad en dicho medio poroso se reduce considerablemente debido a la fuerte caída de la compresibilidad del fluido ocupando los espacios intersticiales, pasando a ser una velocidad ligeramente superior a la de propagación en el agua. A medida que aumenta la porosidad, la velocidad llega a estabilizarse alrededor de los 1700 m/s.

Si el fluido que satura los poros es exclusivamente aire, el comportamiento en la velocidad de propagación es similar al caso referido para el agua; pero debido a que la compresibilidad del aire es mucho mayor que la del agua, la velocidad desciende con mayor brusquedad.

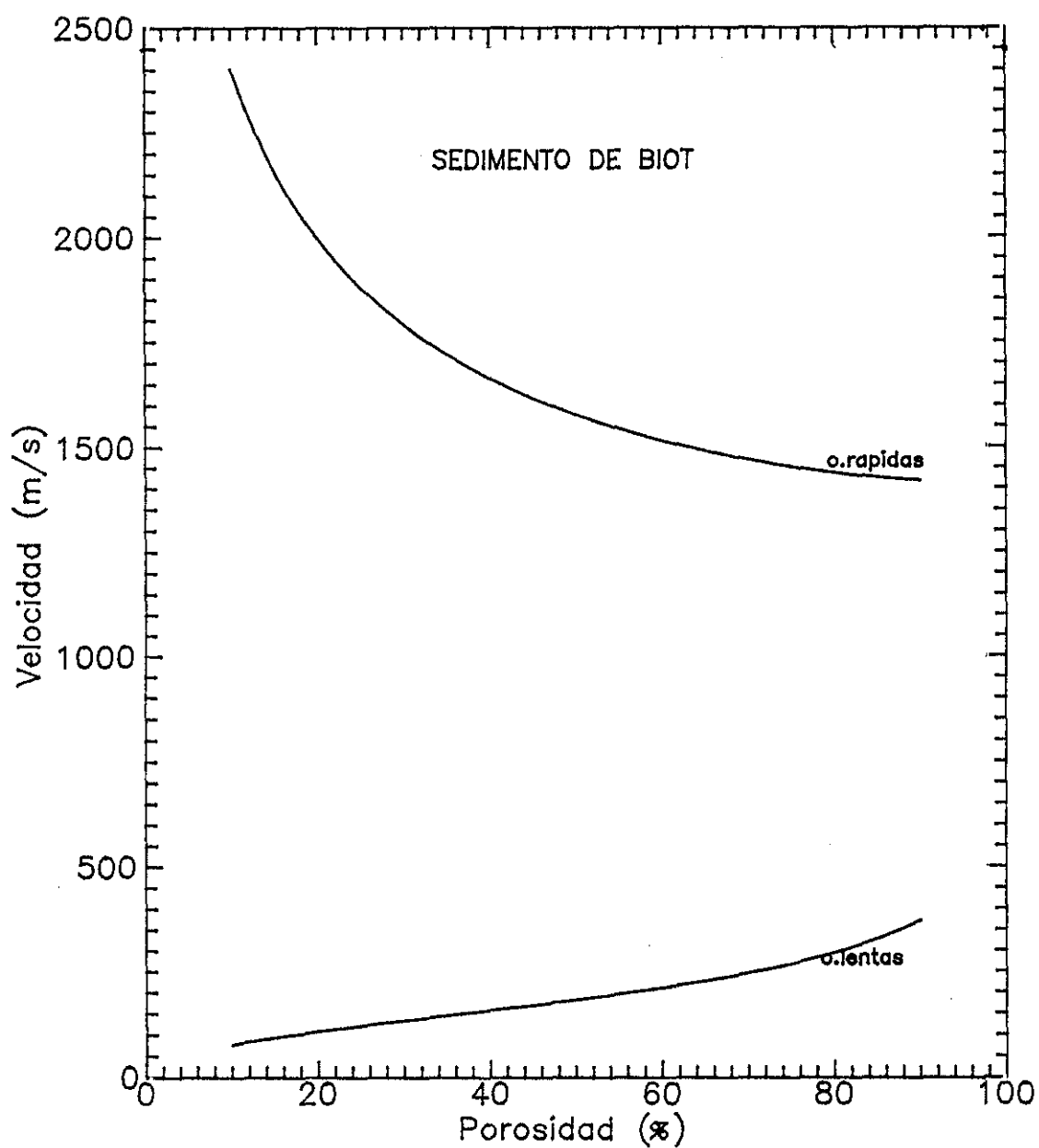


Figura 2.6.- Velocidad de las ondas longitudinales elásticas en función de la porosidad para un sedimento de Biot.

A continuación analizaremos el comportamiento de las tres ondas longitudinales de manera independiente al definir sedimentos con distintos valores de la porosidad, y para cada valor de la porosidad cuando varía el tanto por ciento de agua/aire de los poros.

2.5.2.1.- Ondas de primer orden

En la Figura 2.7 representamos el comportamiento de las ondas de primer orden cuando varía la cantidad de agua contenida en los poros. Estas ondas tienen un margen de variación entre unos 300m/s cuando todos los poros están prácticamente saturados de aire y 2000m/s cuando la saturación de agua es del 98%.

A medida que se incrementa la cantidad de agua presente en los espacios intersticiales la velocidad de propagación también va aumentando progresivamente hasta un contenido de agua del 75%. A partir de este porcentaje observamos que la velocidad aumenta rápidamente y tiende hacia los valores de la velocidad en un sedimento de Biot.

Al intentar presentar gráficamente la velocidad de estas ondas con la porosidad del fondo sedimentario obtenemos la misma curva para cualquier valor de β , salvo para valores muy altos donde aparece un distinto comportamiento. Tal discrepancia se explica razonablemente dado que la teoría de Biot sólo es válida en el caso de sedimentos con bajas porosidades.

En particular, en esta gráfica se han representado sedimentos cuyas porosidades están comprendidas en el margen del 10 al 50%. Observamos que el comportamiento de la velocidad es independiente de la porosidad del fondo.

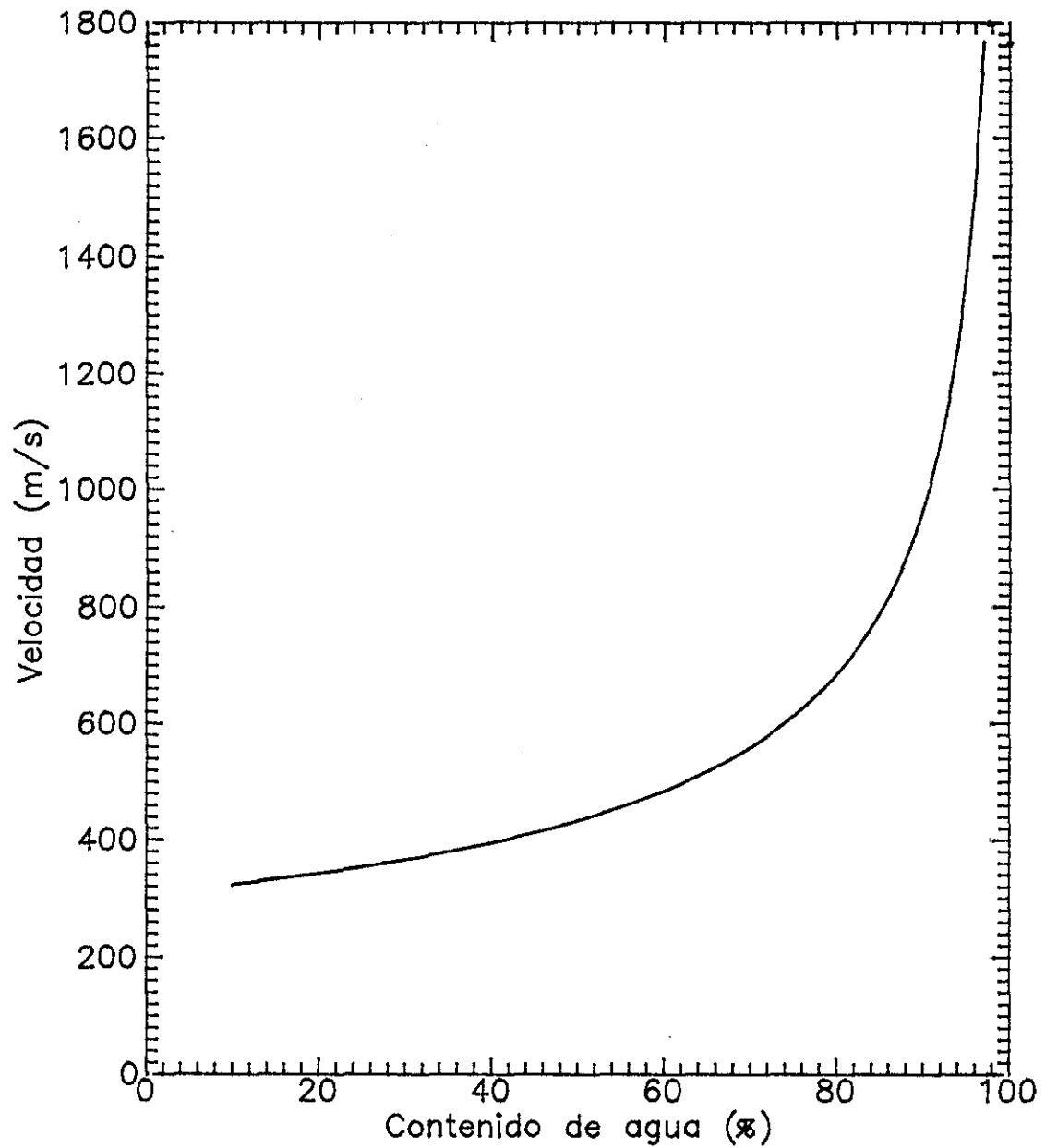


Figura 2.7.- Velocidad de las ondas longitudinales elásticas de primer orden en función del contenido de agua presente en los poros, para valores de la porosidad comprendidos entre un 10 y un 50%.

Para porosidades altas habría que recurrir al planteamiento de otros modelos teóricos más adecuados tales como los modelos de suspensiones⁽⁵⁵⁾.

2.5.2.2.- Ondas de Segundo Orden

Al analizar las ondas de segundo orden, representadas en la Figura 2.8, observamos que estas ondas intermedias resultan tener un rango de velocidades comprendidas entre los 180 y 240m/s; la variación con el contenido de agua es mucho más suave que las restantes ondas longitudinales y su comportamiento también difiere considerablemente.

El conjunto de curvas teóricas presentadas corresponden a porosidades de 0.1, 0.2, 0.3, 0.4 y 0.5. A medida que ésta va aumentando, la velocidad de propagación es superior, manteniéndose su valor prácticamente constante en cada una de ellas (se aprecia un ligero descenso cuando $\beta > 0.3$) para cualquier proporción de agua/aire en los intersticios.

Sólamente se observa un aumento en su velocidad cuando los poros están prácticamente ocupados por agua (contenido en agua alrededor de un 90%), debido a que tienden hacia los valores en un sedimento de Biot.

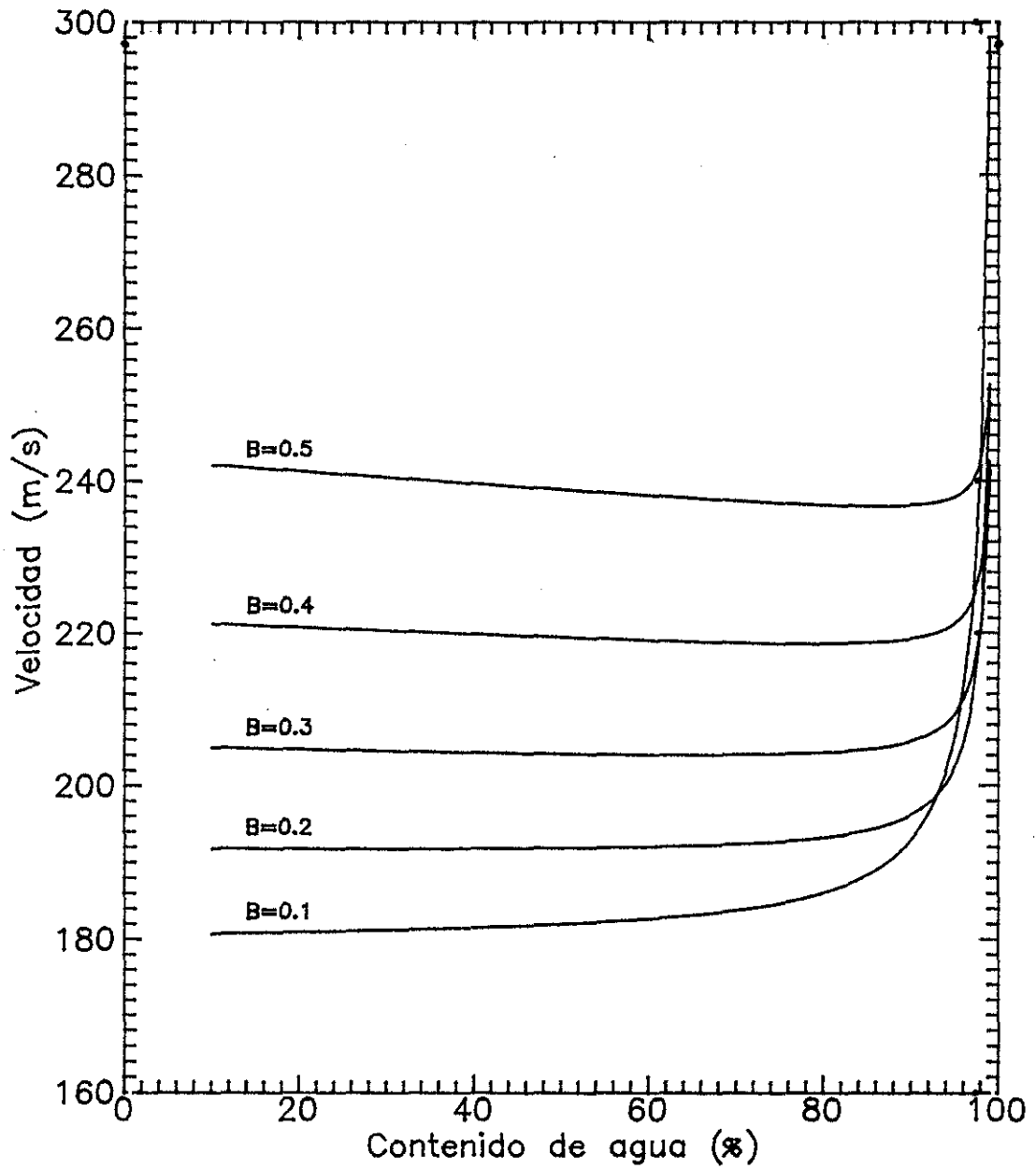


Figura 2.8.- Velocidad de las ondas longitudinales elásticas de segundo orden en función del porcentaje de agua en los poros para distintos valores de la porosidad (β).

2.5.2.3.- Ondas de Tercer Orden

El último grupo de ondas longitudinales a analizar son las de tercer orden, representadas en la Figura 2.9, donde observamos un comportamiento análogo al de las ondas rápidas; es decir, existe un aumento paulatino de la velocidad al incrementar la cantidad de agua presente en los poros, siendo dicho incremento muy brusco con una presencia bastante grande de agua.

Los límites de variación de la velocidad teórica de estas ondas están comprendidos entre los 12m/s cuando los poros están prácticamente saturados de aire y los 80m/s para un 98% de agua.

En esta curva están representados sedimentos entre un 10 y un 50%, y como puede observarse podemos afirmar que estas ondas son prácticamente independientes de la porosidad.

Lógicamente este tipo de ondas que entrarían dentro de las denominadas lentas, tienen una velocidad apreciablemente menor que las de primer y segundo orden.

2.6.- ONDAS ATENUADAS

Hasta ahora se ha analizado el comportamiento de las ondas elásticas tanto transversales como longitudinales, que se caracterizan, como sabemos, por la ausencia de disipación energética. A continuación individualizaremos, para cada una de las ondas, su comportamiento cuando se propagan en un medio absorbente.

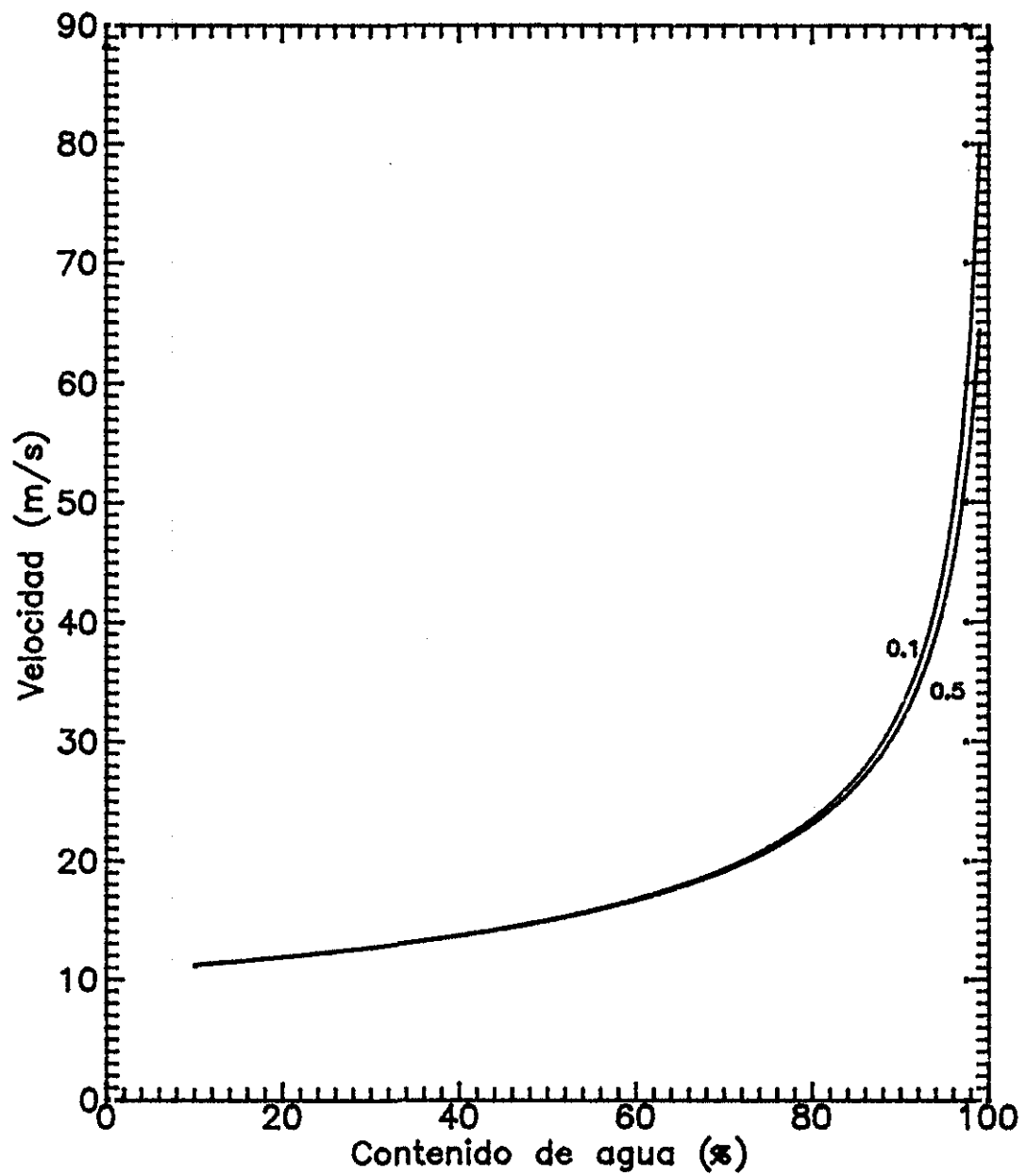


Figura 2.9.- Velocidad de las ondas longitudinales elásticas de tercer orden en función del contenido de agua presente en los poros.

Las características de las ondas que se propagan en un medio real saturado dependen, por una parte, de las propiedades mecánicas del fluido y de las partículas discretas, y por otra, de la estructura que conforma el acoplamiento de dichas partículas.

El movimiento del fluido con respecto a la estructura y el movimiento relativo entre partículas adyacentes constituyen dos fuentes potenciales de disipación de energía en este tipo de sedimentos.

De forma general, la disipación de energía es el resultado del rozamiento intergranular y del movimiento "local" del fluido entre partículas⁽²⁷⁾. Este movimiento local o relativo del fluido aparece en regiones extremadamente próximas entre la superficie de las partículas adyacentes. La atenuación viscosa del movimiento relativo del fluido depende de la distribución del tamaño de las partículas del sedimento, y en general, no puede caracterizarse mediante un simple tiempo de relajación.

En el modelo matemático estudiado en el Capítulo 1 se incluyen estos mecanismos de pérdidas y están formulados en términos de las propiedades físicas del fluido, del sólido y de la estructura, considerados como mecanismos independientes.

Este modelo incorpora varios procesos de pérdidas de energía y predice una atenuación y velocidad de las ondas en base a los parámetros definidos en el medio poroso (porosidad, tamaño de grano, permeabilidad, etc).

Las pérdidas energéticas en la estructura del sedimento, así como las pérdidas viscosas en el fluido de los poros se manifiestan como una sola atenuación global, la cual es una función no lineal de la frecuencia.

De los distintos tipos de ondas que aparecen en la teoría de propagación en un medio poroso viscoelástico, las longitudinales de primer orden son similares a las ondas de compresión en la teoría elástica. Su caracte-

rística principal es que se atenúan lentamente con la distancia.

Las ondas longitudinales de segundo y tercer orden son comparables a las ondas de difusión, las cuales se atenúan muy rápidamente y viajan a unas velocidades mucho menores. Debido a las altas atenuaciones que sufren estas ondas son difíciles de observar.

Con el fin de obtener el comportamiento teórico de las ondas atenuadas comenzamos, como en el apartado anterior, analizando en primer lugar las ondas transversales para pasar a continuación a describir los tres tipos de ondas longitudinales. Es preciso sin embargo, hacer unas consideraciones previas.

2.6.1.- DEFINICION DE LA FUNCION $F(\Gamma)$

Como hemos estudiado en la teoría, el parámetro fundamental que afecta al comportamiento de las ondas atenuadas es la FRECUENCIA. Por este motivo es necesario modificar las ecuaciones diferenciales de propagación (Ecuaciones 1.3.2).

Al incluir el efecto de la frecuencia, también hemos encontrado en la teoría una diferencia sustancial cuando se trabaja en bajas o altas frecuencias. El conjunto de ecuaciones (1.3.4) y (1.3.5) representan la propagación de ondas atenuadas longitudinales y transversales respectivamente, cuando el movimiento relativo del fluido puede considerarse del tipo Poiseuille.

Por encima de la frecuencia crítica (w_c) el flujo de fluido se aparta del comportamiento del flujo de Poiseuille, y de nuevo es preciso modificar

las ecuaciones de propagación. Tal modificación viene reflejada en las ecuaciones (1.3.11) y (1.3.12).

Sin embargo no es necesario estudiar separadamente el comportamiento de las ondas atenuadas a bajas y altas frecuencias, pues al comparar ambos conjuntos de ecuaciones, tanto para las ondas longitudinales como para las transversales:

	BAJAS FREC.	ALTAS FREC.
LONGITUDINALES:	EC.1.3.4	EC.1.3.11
TRANSVERSALES:	EC.1.3.5	EC. 1.3.12

no encontramos diferencias sustanciales entre ambas ecuaciones, si tenemos en cuenta la forma en que viene definida la función compleja $F(\Gamma)$ (Ec. 1.3.10).

A continuación vamos a analizar detenidamente esta función compleja.

La función $F(\Gamma)$ representa la desviación del flujo de Poiseuille (rozamiento) que experimenta el desplazamiento de un fluido al incrementar la frecuencia.

Para poder estudiar el comportamiento de esta función $F(\Gamma)$, BIOT⁽¹¹⁾ planteó el problema en casos simples: flujo entre paredes paralelas (problema en dos dimensiones), flujo a través de un conducto circular (tres dimensiones), para pasar finalmente a analizar el flujo de fluido en un material poroso.

Biot encontró que la oposición que ofrece un fluido en su movimiento relativo con las partículas del medio poroso depende exclusivamente de la geometría de los poros, δ , (factor de estructura), y de la frecuencia (e-

cuación 1.3.10).

El factor de estructura varía de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\delta &= (8\varepsilon)^{1/2} && \longrightarrow \text{POROS CIRCULARES} \\ \delta &= (16/3 \varepsilon)^{1/2} && \longrightarrow \text{POROS LAMINARES} \\ 1 &< \varepsilon < 3/2\end{aligned}$$

donde ε se define como el factor de sinuosidad⁽¹¹⁾.

La relación entre la fuerza de rozamiento total que opone un fluido en su movimiento a través de un medio poroso y su velocidad es igual a la encontrada en un conducto circular, y corresponde a un flujo de Poiseuille. Recordando la expresión de Γ (ecuación 1.3.6) podemos definir⁽⁵⁶⁾:

$$F(\Gamma) = \frac{1}{4} \frac{\Gamma T(\Gamma)}{1 - \frac{2}{j\Gamma} T(\Gamma)} \quad (2.4.1)$$

donde:

$$T(\Gamma) = \frac{\text{ber}'(\Gamma) + j\text{bei}'(\Gamma)}{\text{ber}(\Gamma) + j\text{bei}(\Gamma)} \quad (2.4.2)$$

$$\text{ber}(\Gamma) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \Gamma^{4n}}{(2n!)^2 2^{4n}}$$

$$\text{bei}(\Gamma) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \Gamma^{4n+2}}{((2n+1)!)^2 2^{4n+2}}$$

$$\text{ber}'(\Gamma) = \frac{d}{d\Gamma} \left(\text{ber}(\Gamma) \right)$$

$$\text{bei}'(\Gamma) = \frac{d}{d\Gamma} \left(\text{bei}(\Gamma) \right) \quad (2.4.3)$$

Además se cumple:

$$\text{ber}(\Gamma) + j \text{bei}(\Gamma) = J_0 \left(\Gamma \sqrt{j} \right) \quad (2.4.4)$$

con J_0 = Función de Bessel de orden cero⁽⁵⁷⁾.

Al analizar la conducta de $F(\Gamma)$ para distintas frecuencias, encontramos que para pequeños valores de la frecuencia ($w \rightarrow 0$):

$$w \rightarrow 0 \quad \left[\begin{array}{l} T(\Gamma) \longrightarrow \frac{j\Gamma}{2} + \frac{\Gamma^3}{16} \\ F(\Gamma) = F_r(\Gamma) + jF_1(\Gamma) = \left[\begin{array}{l} F_r \longrightarrow 1 \\ F_1 \longrightarrow 0 \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (2.4.5)$$

Sin embargo, cuando la frecuencia es muy alta ($w \rightarrow \infty$):

$$w \rightarrow \infty \left[\begin{array}{l} T(\Gamma) \longrightarrow \frac{1+j}{\sqrt{2}} \\ F(\Gamma) \longrightarrow \frac{\Gamma}{4\sqrt{2}} (1+j) \end{array} \right. \quad (2.4.6)$$

En la Figura 2.10 se puede observar el distinto comportamiento con la frecuencia de la parte real $F_r(\Gamma)$ y parte imaginaria ($F_i(\Gamma)$) de la función compleja $F(\Gamma)$, para dos sedimentos en los cuales uno tiene los poros saturados completamente de agua (sedimento de Biot) y el otro de aire.

En definitiva, sea cual sea el fluido que llena los poros, podemos concluir que para bajas frecuencias, y más en concreto, por debajo de la frecuencia de corte w_c , la función $F_r(\Gamma)$ tiende a la unidad, mientras que $F_i(\Gamma)$ tiende a anularse.

Podemos establecer, por tanto, una definición de la función compleja $F(\Gamma)$ de manera que por debajo de la frecuencia límite w_c , vendrá definida como:

$$F(\Gamma) = F_r(\Gamma) + j F_i(\Gamma) = 1 \quad (2.4.7)$$

Es decir, la función $F(\Gamma)$ es real; mientras que para frecuencias por encima de w_c , esta función es compleja, de manera que sustituyendo las expresiones (2.4.3) en (2.4.2) y operando en (2.4.1) llegamos a una definición general de $F(\Gamma)$:

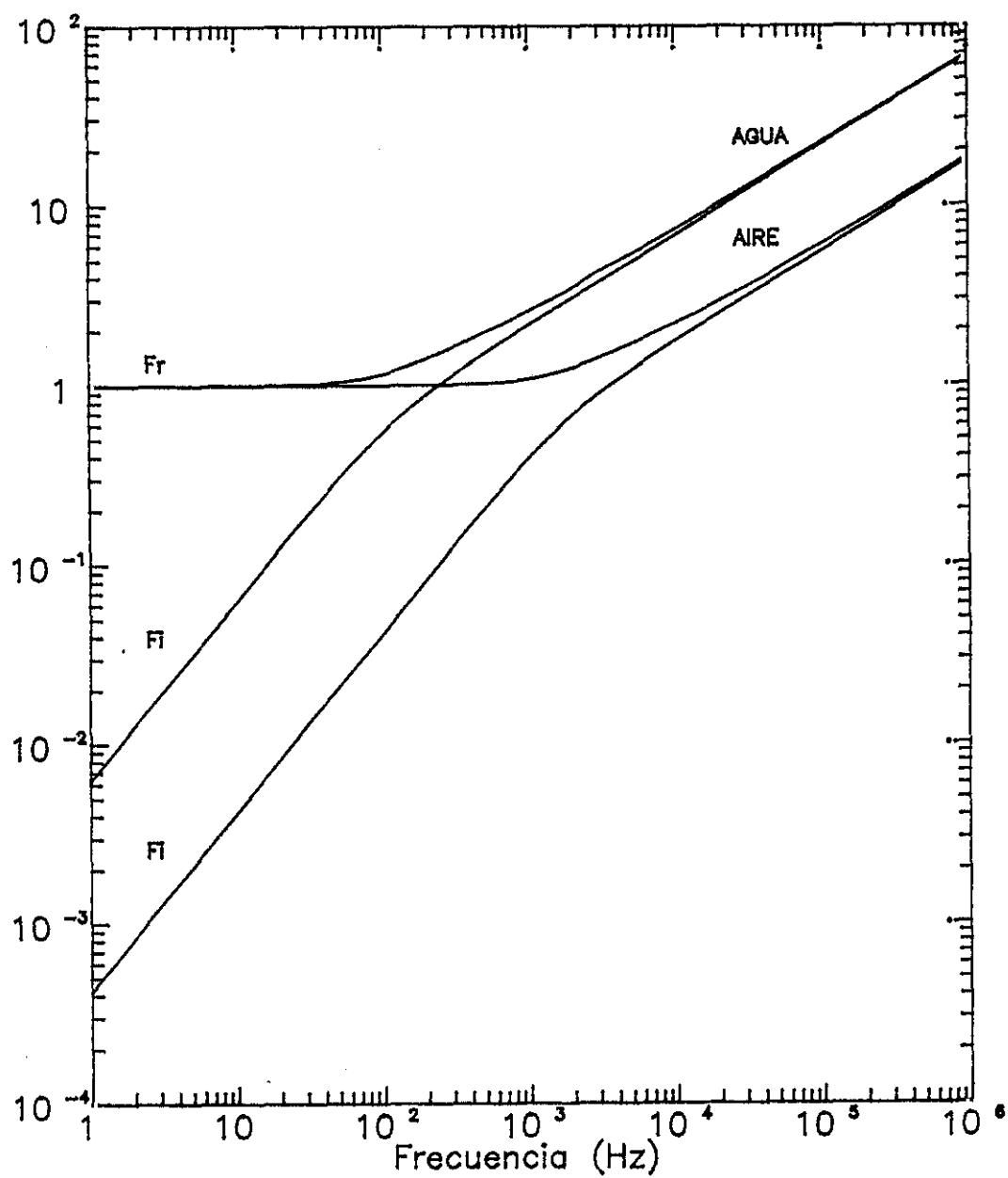


Figura 2.10.- Variación de la función $F(\Gamma) = F_r(\Gamma) + F_i(\Gamma)$ con la frecuencia. Sedimento saturado de agua y sedimento saturado de aire.

$$F(\Gamma) = \frac{\Gamma^3}{4} \frac{ac + bd}{(\Gamma a - 2d)^2 + (\Gamma b + 2c)^2} + j \frac{\Gamma^2}{4} \frac{d(\Gamma a - 2d) - c(\Gamma b + 2c)}{(\Gamma a - 2d)^2 + \Gamma(b + 2c)^2}$$

siendo: $a = \text{ber}(\Gamma)$

$b = \text{bei}(\Gamma)$

$c = \text{ber}'(\Gamma)$

$d = \text{bei}'(\Gamma)$

(2.4.8)

Una vez establecida $F(\Gamma)$ para todo el rango de frecuencias, no será necesario plantear dos sistemas de ecuaciones diferentes (bajas y altas frecuencias) para el estudio de la propagación acústica de ondas atenuadas, sino que el conjunto de ecuaciones diferenciales que gobiernan dicha propagación será para todo el rango de frecuencias:

LONGITUDINALES: EC. 1.3.11

TRANSVERSALES: EC. 1.3.12

En definitiva, la función $F(\Gamma)$ nos permite definir un sólo conjunto de ecuaciones diferenciales para ondas longitudinales y otro para ondas transversales, de manera que queda perfectamente definido el comportamiento de ambas ondas tanto elásticas como atenuadas en todo el rango de frecuencias.

$$F(\Gamma) = F_r(\Gamma) + jF_i(\Gamma) \left[\begin{array}{l} \text{ONDAS} \\ \text{ATENUADAS} \end{array} \left[\begin{array}{l} \text{ALTAS} \\ \text{FREC.} \end{array} \left[\begin{array}{l} F_r \neq 0 \\ F_i \neq 0 \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{(Función compleja)} \end{array} \right. \right. \\ \left. \left[\begin{array}{l} \text{BAJAS} \\ \text{FREC.} \end{array} \left[\begin{array}{l} F_r = 1 \\ F_i = 0 \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{(Función real)} \end{array} \right. \right. \\ \text{ONDAS} \\ \text{ELASTICAS} \left[\begin{array}{l} F_r = 0 \\ F_i = 0 \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{(Función nula)} \end{array} \right.$$

2.6.2.- ONDAS TRANSVERSALES

Para calcular tanto la velocidad como la atenuación es preciso resolver el sistema de ecuaciones diferenciales planteadas en el Capítulo 1 según las ecuaciones (1.3.5), en donde aparece un nuevo término adicional a las ecuaciones planteadas para el caso de ondas elásticas.

La solución de este sistema de ecuaciones se ha obtenido en la expresión (1.4.9) donde, de forma general, se ha representado dicha solución en términos de dos coeficientes que hemos denominado parte real (E_r) y parte imaginaria (E_i). La combinación de estos dos coeficientes nos dan unas expresiones para calcular la velocidad (ecuación 1.4.12) y la atenuación (ecuación 1.4.13) de las ondas transversales.

a) VELOCIDAD

En la Figura 2.11 podemos visualizar el comportamiento de la velocidad de las ondas transversales propagándose en un medio absorbente al variar la frecuencia, para un fondo sedimentario con un 20% de porosidad y permeabilidad de $6 \times 10^{-10} \text{ m}^2$, cuando el medio poroso está constituido por porcentajes de agua/aire distintos.

En concreto, en esta gráfica hemos representado las velocidades para valores del contenido de agua de: 0 (poros completamente saturados de aire), 0.25, 0.50, 0.75 y 1 (Sedimento de Biot).

Podemos observar cómo va disminuyendo la velocidad de estas ondas a medida que es mayor la presencia de agua en los intersticios (β_1), aunque si bien es verdad esta variación es muy pequeña. Así para poros completamente saturados de aire ($\beta_1=0$) la velocidad es aproximadamente de 111 m/s a bajas frecuencias, y para un sedimento de Biot ($\beta_1=1$) disminuye hasta los 106 m/s.

Esta variación de velocidades aún se hace menor para frecuencias altas, encontrándose unos valores de la velocidad comprendidos entre unos 111 m/s para $\beta_1=0$ y 110 m/s para $\beta_1=1$.

Esto significa que la velocidad de las ondas transversales apenas varía con la presencia de más o menos cantidad de agua llenando los poros.

Otro resultado interesante que recogemos en la gráfica, es el comportamiento análogo con respecto a la frecuencia que experimentan estas ondas para cada valor particular de β_1 .

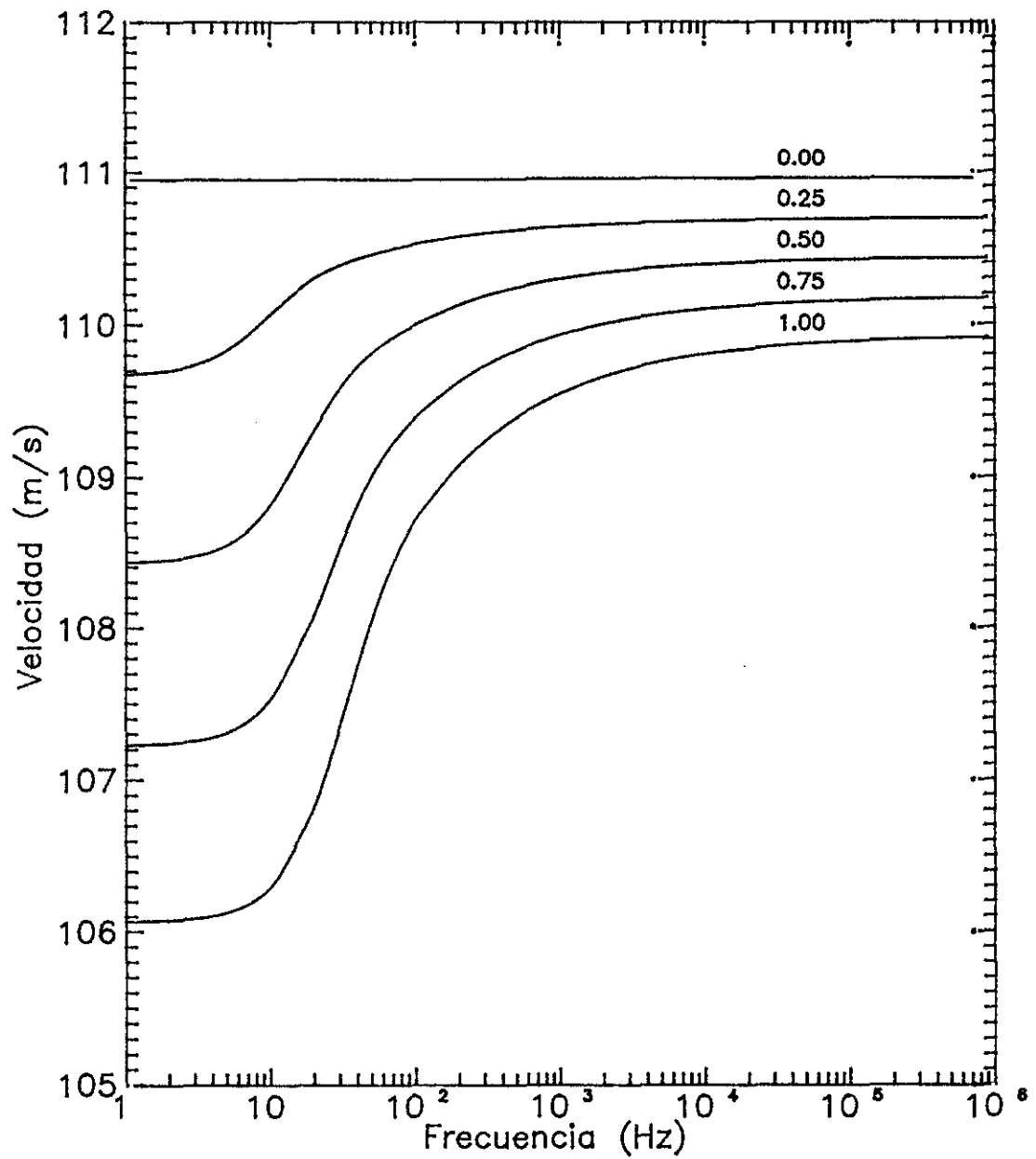


Figura 2.11.- Variación de la velocidad de las ondas transversales atenuadas con la frecuencia. Las curvas representan distintos contenidos de agua (β_1). ($\beta=0.2$, $\chi=6 \times 10^{-10} \text{ m}^2$).

A medida que aumenta la frecuencia, la velocidad también lo hace aunque de forma algo más brusca para frecuencias bajas, siendo este incremento cada vez menor según aumenta el porcentaje de aire en los poros, llegando a desaparecer este incremento cuando los poros están saturados completamente de aire ($\beta_1=0$).

Para frecuencias altas, sea cual fuere la presencia de agua/aire en los poros, las velocidades se mantienen constantes y tienden hacia los valores de la velocidad de las ondas transversales sin atenuación, tal y como hemos deducido en el Capítulo primero.

Es decir, para frecuencias muy altas ($w \rightarrow \infty$), la velocidad de las ondas transversales resultan ser independientes de la frecuencia (tal resultado había sido deducido por Biot⁽¹¹⁾).

Para bajas frecuencias ($w \rightarrow 0$) la velocidad de propagación se mantiene prácticamente constante y su valor tiende hacia la velocidad de referencia (V_{rt}), tal y como también había predicho Biot en su teoría.

En síntesis podemos concluir que la velocidad de las ondas transversales apenas se ven influenciadas por la frecuencia o por una mayor o menor cantidad de aire en los poros, apreciándose solo una ligera influencia a bajas frecuencias.

b) ABSORCION

La atenuación sufrida por las ondas transversales se obtiene de la aplicación de la ecuación (1.4.13) cuya representación gráfica la recogemos a continuación.

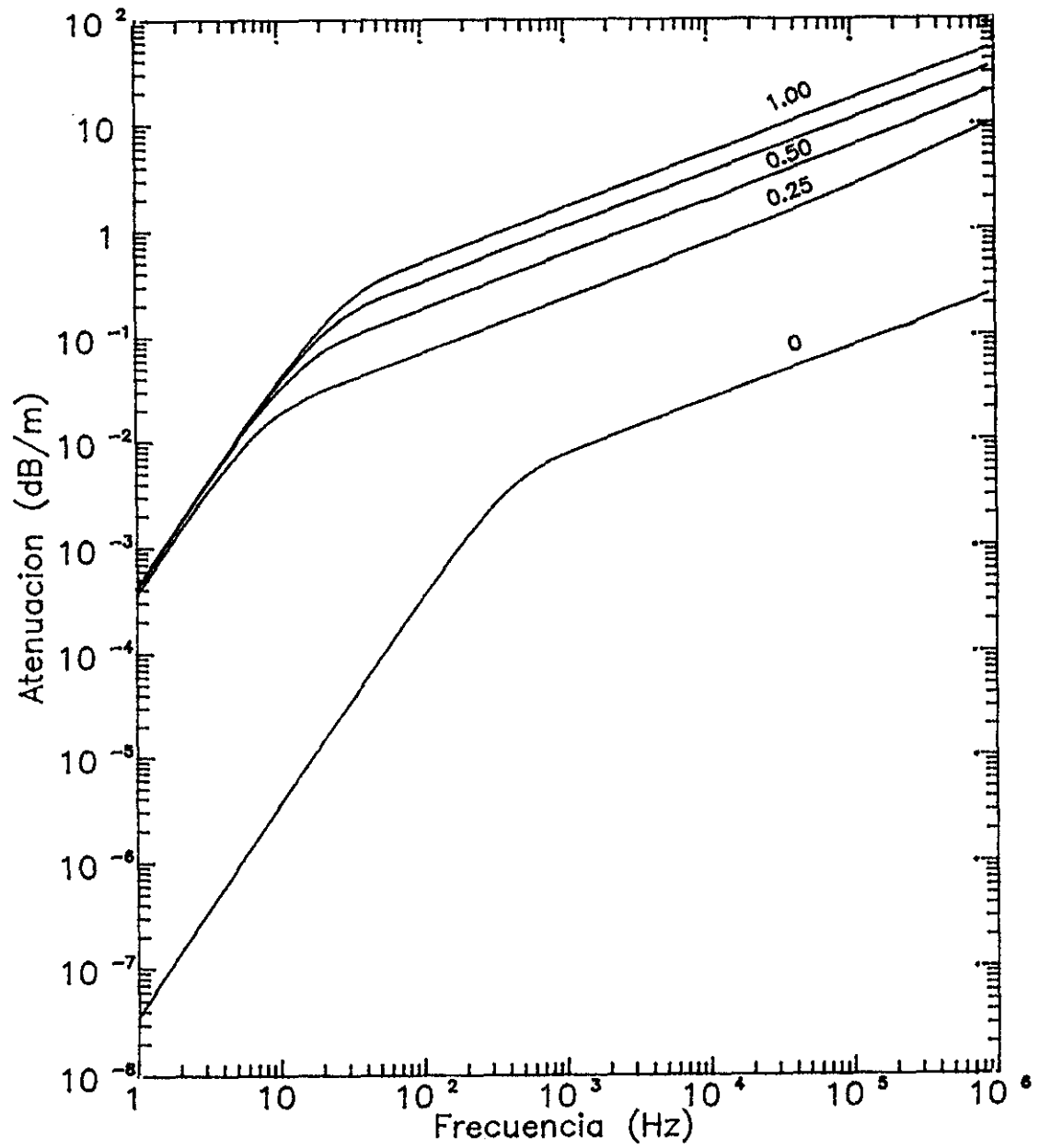


Figura 2.12.- Variación de la absorción de las ondas transversales con la frecuencia. Las curvas representan distintos contenidos de agua (β_1). ($\beta=0.2$, $\chi=6 \times 10^{-10} \text{ m}^2$).

En la Figura 2.12 mostramos la variación de la absorción de las ondas transversales en función de la frecuencia para sedimentos con un 20% de porosidad y permeabilidad igual a $6 \times 10^{-10} \text{ m}^2$.

La familia de curvas representadas corresponden a proporciones distintas de agua en el medio poroso.

Según podemos apreciar en la gráfica observamos un comportamiento distinto entre altas y bajas frecuencias para cualquier componente o mezcla de componentes saturando los poros, encontrando dos pendientes bien diferenciadas en las curvas de absorción. En ambos tramos la absorción va incrementándose con la frecuencia, siendo este incremento más acentuado para frecuencias bajas.

Según hemos estudiado en el Capítulo primero, y siempre en concordancia con la teoría de Biot, deducimos que a bajas frecuencias la absorción varía con el cuadrado de la frecuencia, mientras que a frecuencias altas el incremento de la absorción es con la raíz cuadrada de la frecuencia.

Otro resultado interesante que podemos resaltar del análisis de la gráfica es un aumento apreciable de la atenuación de estas ondas transversales con la sola presencia de una pequeña proporción de agua en el sedimento. De ahí que para $\beta_1=0$, aunque el comportamiento es similar que en las restantes curvas, los valores de la absorción son sensiblemente inferiores en toda la curva.

Este aumento de la atenuación con la presencia de agua llega a ser del orden de 10^4 dB/m superior al correspondiente en un sedimento saturado exclusivamente de aire.

Cuando en el sedimento están presentes ambos fluidos (agua y aire) observamos que para frecuencias bajas la atenuación prácticamente es independiente del porcentaje en que se encuentran dichos fluidos. Sin embargo, pa-

ra frecuencias altas sí se aprecia un desdoblamiento para diferentes porcentajes de agua/aire.

A medida que en el sedimento aparece más cantidad de agua la absorción también se hace cada vez más grande, siendo el sedimento en el que se encuentra una atenuación mayor el que hemos dado en llamar SEDIMENTO DE BIOT ($\beta_1=1$).

2.6.3.- ONDAS LONGITUDINALES

Con el fin de obtener las características acústicas para las ondas longitudinales atenuadas, es necesario recurrir a las expresiones encontradas en la teoría, es decir, hay que resolver primeramente la ecuación de tercer grado deducida en el Capítulo 1 (ecuación 1.5.8).

A diferencia de la ecuación obtenida para ondas elásticas (ecuación 1.5.6), en el desarrollo de las ondas atenuadas, tanto la variable z como los coeficientes de la ecuación y el número de onda K , son magnitudes complejas. Esto significa que su solución también será, en general, compleja (expresiones 1.5.10).

De esta manera se pueden obtener los valores teóricos de la VELOCIDAD de las ondas longitudinales a partir de la parte real de las soluciones (ecuaciones 1.5.11), así como de la ABSORCION a partir de la parte imaginaria, tal y como se expresa en las ecuaciones (1.5.12).

Para resolver la ecuación de tercer grado con coeficientes reales es suficiente aplicar el algoritmo matemático bien conocido como "método de Newton-Raphson" ^{(58) (59)} que evalúa la función $f(x)$ y su derivada $f'(x)$ en

puntos arbitrarios x . Algebráicamente, el método se obtiene de la expansión de la serie de Taylor de una función en los alrededores de un punto.

Sin embargo, cuando la ecuación de tercer grado tiene coeficientes complejos, ya no se pueden encontrar las raíces mediante la técnica de identificar los alrededores donde la función cambia de signo, dado que la función y su derivada desaparecen, y es necesario aplicar otros algoritmos más adecuados^{(58) (60)}.

Existen diversos métodos, pero quizás el más potente sea el "método de Laguerre"^{(58) (61)}, el cual garantiza la convergencia a una raíz desde cualquier punto.

2.6.3.1.- Ondas de primer orden

a) VELOCIDAD

El primer grupo de ondas que vamos a analizar son las que llamamos de primer orden.

En la Figura 2.13 hemos representado la velocidad de estas ondas longitudinales al variar la frecuencia. Las distintas curvas en orden descendente corresponden a contenidos de agua en los poros de: 100%, 99.995%, 99.99%, 99.98%, 99.94%, 99.92%, 99.90%, 99.60%, 99% y 0%.

En todas ellas el valor de la porosidad del sedimento es 0.40 y la permeabilidad de $6 \times 10^{-8} \text{ m}^2$.

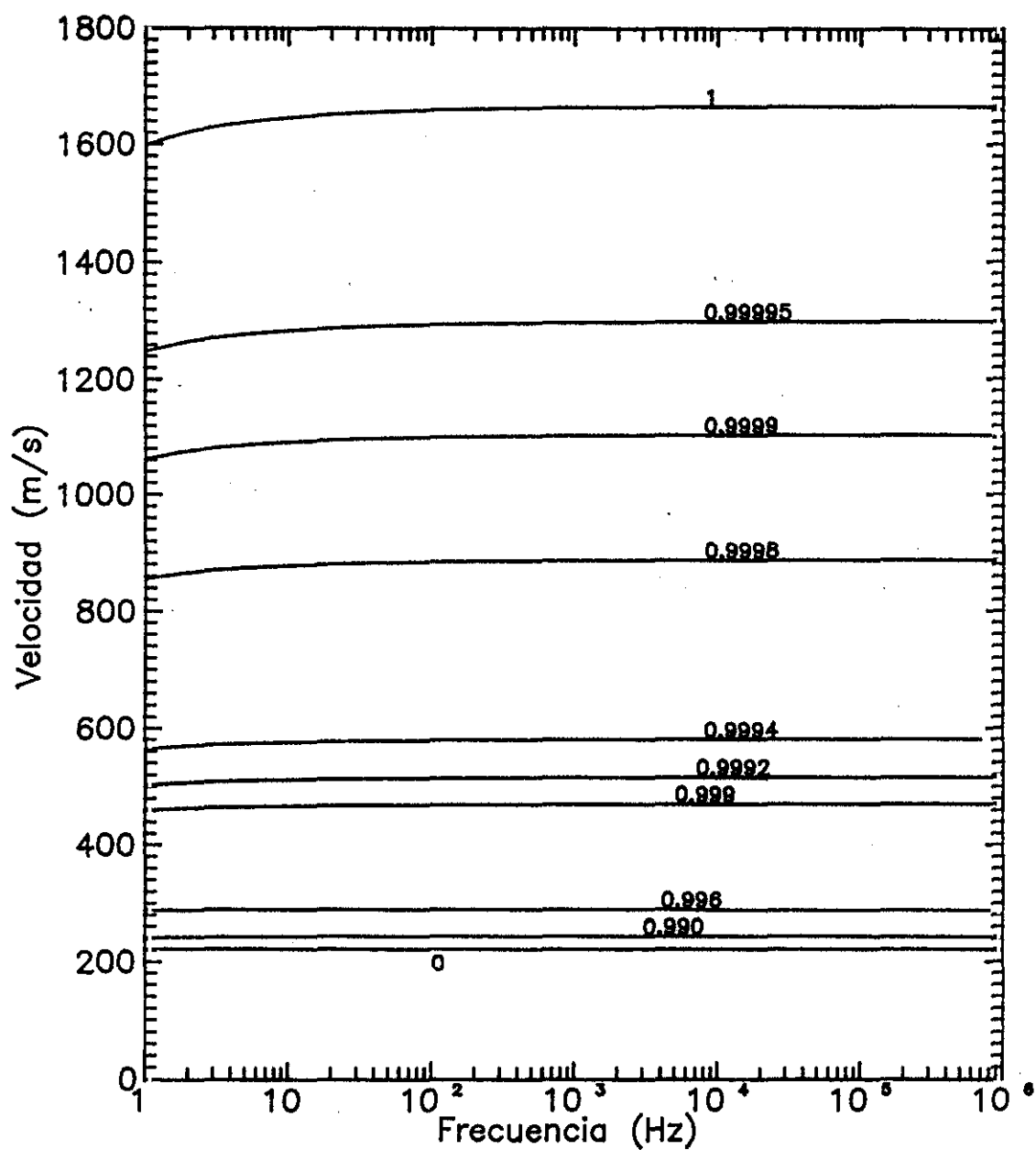


Figura 2.13.- Variación de las ondas longitudinales de primer orden con la frecuencia para distintos contenidos de agua en los poros (β_1).

La curva con velocidad menor (en torno a los 200m/s) corresponde a un sedimento cuyos poros están completamente saturados de aire; y por contra, el sedimento en el cual la velocidad es mayor (alrededor de los 1600m/s) corresponde a un sedimento de Biot (saturación del 100% de agua).

Encontramos que en fondos sedimentarios con proporciones distintas de agua/aire sus velocidades de propagación corresponden a valores intermedios entre los anteriormente citados.

Podemos observar que la velocidad es prácticamente constante e independiente de la frecuencia para cualquier proporción de aire. Solamente para sedimentos próximos al sedimento de Biot se aprecia un ligero aumento a frecuencias muy bajas, manteniéndose constante para las restantes frecuencias.

Es interesante señalar que la velocidad de estas ondas de primer orden son prácticamente independientes de la proporción de agua y aire presente. Entre el 0 y el 98% de agua, encontramos el mismo valor de la velocidad. Sólomente empieza a aumentar a partir del 99% de saturación, apreciándose una variación considerable con pequeñísimas diferencias de contenido de agua.

Así para una saturación de agua de 99.40% la velocidad resulta ser de unos 262m/s, para un 99.940% de aproximadamente 579m/s y para un porcentaje de 99.9995% de unos 1297m/s.

Es importante reseñar que la velocidad de las ondas correspondientes a una saturación del 100% de agua son las encontradas por Biot y que denominó rápidas o de primer orden, por eso nosotros hemos dado en llamar a estas ondas de primer orden.

Sin embargo no podemos definir las como rápidas, pues como veremos más adelante, las velocidades de las tres ondas longitudinales pueden llegar a

alcanzar órdenes de magnitud similares, incluso ser menores para unas a una frecuencia y cambiar su tendencia a frecuencias distintas.

b) ABSORCION

Analizamos a continuación el comportamiento de la absorción con la frecuencia para estas ondas de primer orden.

En las Figuras 2.14 y 2.15 hemos representado la variación de la absorción con la frecuencia en un sedimento con un 40% de porosidad y una permeabilidad de $6 \times 10^{-8} \text{ m}^2$. Las diferentes curvas en ambas gráficas corresponden a distintas proporciones de aire ocluido en los poros. Porcentajes altos del contenido de agua ($90\% \leq \beta_1 \leq 100\%$) están representados en la Figura 2.14, y valores más pequeños de β_1 hasta un sedimento saturado exclusivamente de aire en las gráficas de la Figura 2.15.

Un análisis rápido de las gráficas nos permite afirmar que aparece un crecimiento continuo de la absorción con la frecuencia (resultado ampliamente corroborado⁽⁶²⁾⁽⁶³⁾⁽⁶⁴⁾), aunque en el mismo intervalo de frecuencias esta variación parece ser distinta para contenidos de agua altos y para valores más pequeños.

Las curvas que aparecen en la Figura 2.14 corresponden a las siguientes proporciones de agua: 90%, 99.92%, 99.94%, 99.96%, 99.98% y 100%.

En esta figura observamos que el sedimento con menor absorción corresponde a una saturación del 100%; es decir, a un sedimento de Biot. Con la sola presencia de una pequeña cantidad de aire la absorción aumenta significativamente, sobre todo a altas frecuencias.

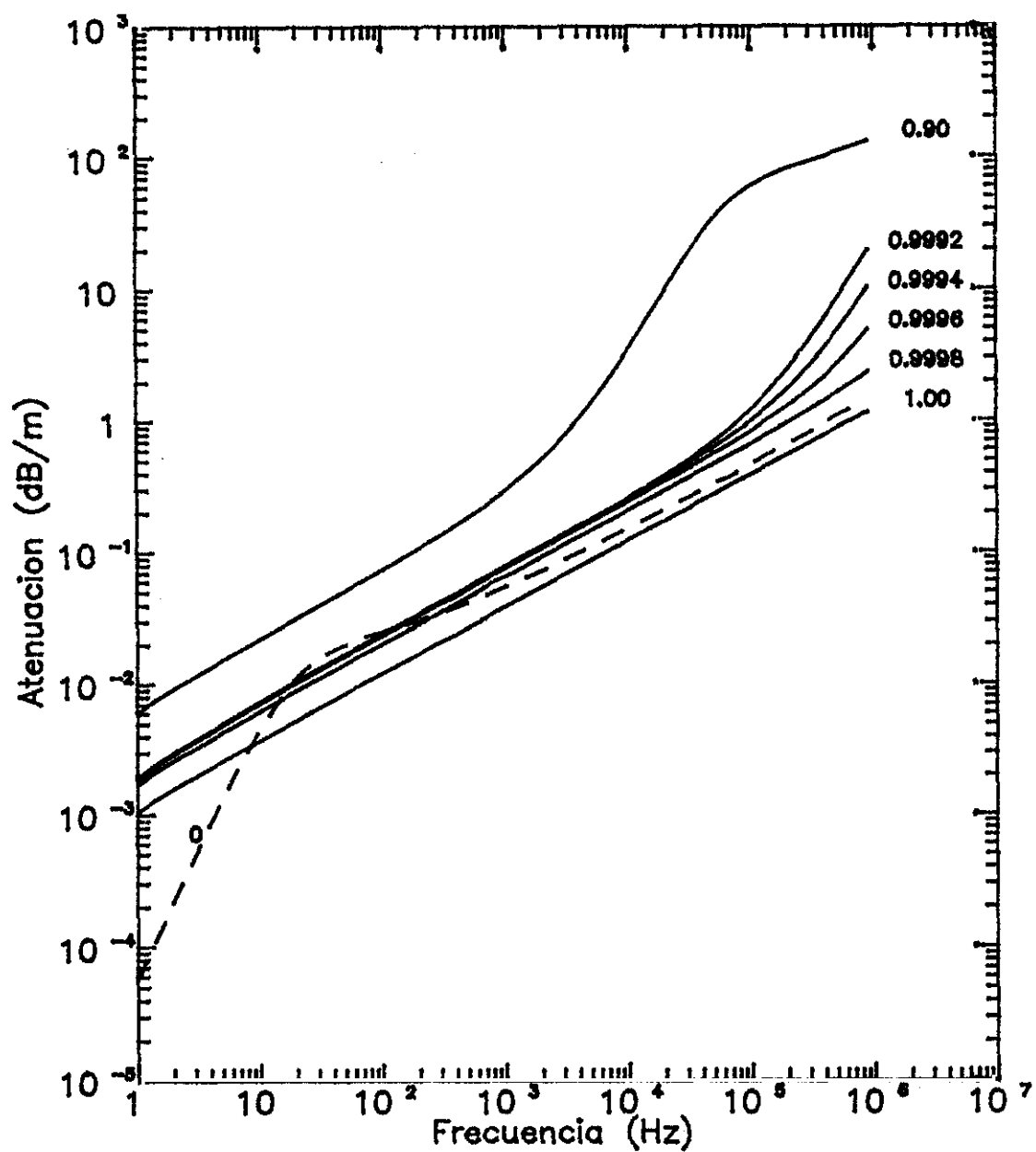


Figura 2.14.- Absorción de las ondas longitudinales de primer orden y su variación con la frecuencia. Sedimentos con altos contenidos de agua (β_1).

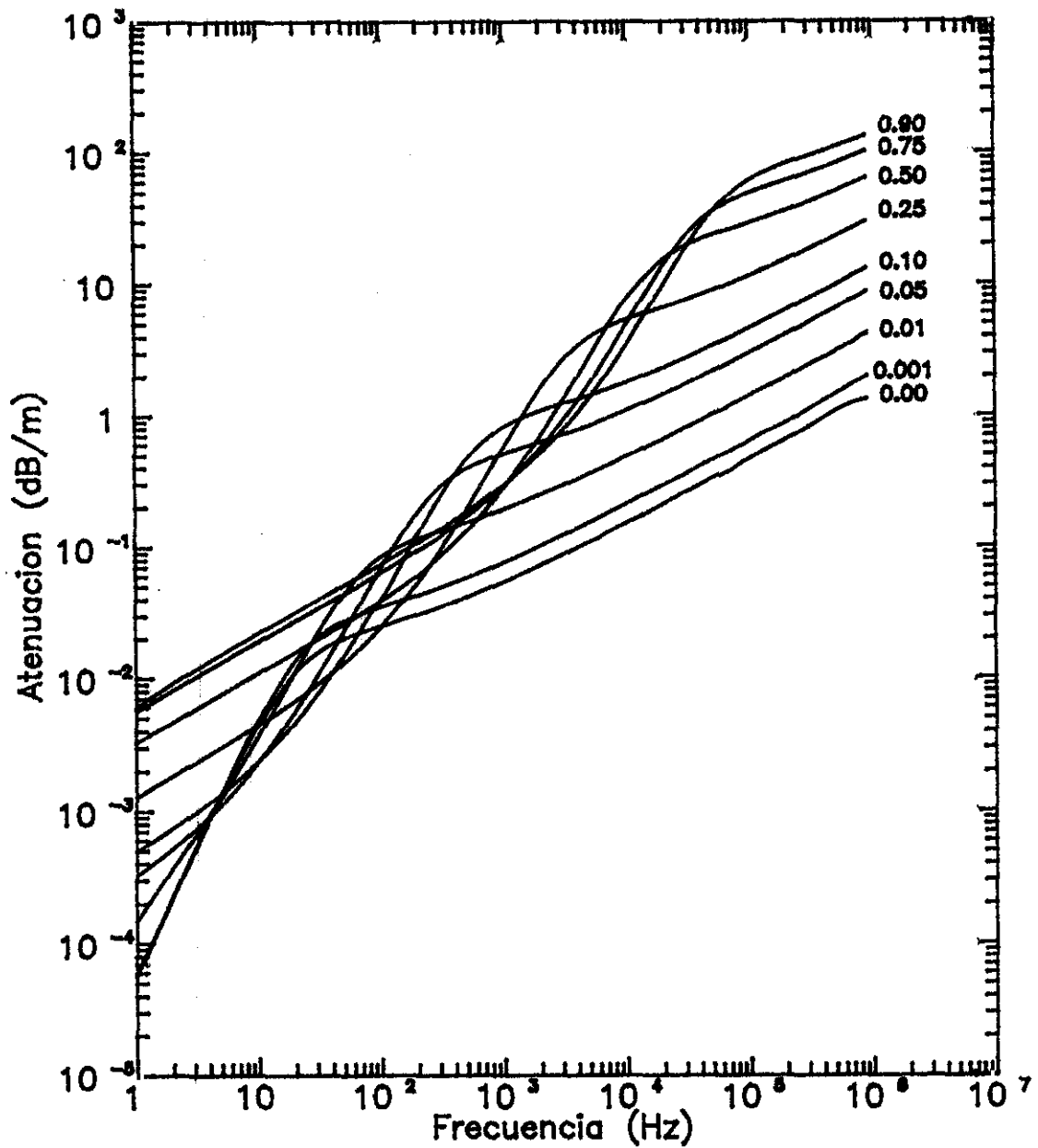


Figura 2.15.- Variación de la absorción de las ondas longitudinales de primer orden con la frecuencia para distintos contenidos de agua en los poros (β_1).

La curva con trazo discontinuo representa un sedimento saturado exclusivamente de aire. Podemos apreciar que la variación de la absorción con la frecuencia toma unos valores ligeramente superiores al sedimento de Biot a frecuencias altas, y se ha incluido en este gráfico para hacer constar que siempre que un sedimento contenga aire independientemente de la proporción en que esté presente, los valores de la absorción serán superiores que en un sedimento de Biot.

En el intervalo de frecuencias representado ($1\text{Hz} \leq f \leq 10^6\text{Hz}$) la conducta de estas curvas frente a la frecuencia parecen seguir un comportamiento distinto. La dependencia de la absorción es del tipo f^n , donde n es constante en un sedimento de Biot, y permanece prácticamente constante salvo para frecuencias muy altas en los restantes sedimentos próximos a la saturación del 100% de agua.

Para contenidos de agua inferiores al 90% de saturación la deformación de las curvas es más acusada y se manifiesta a frecuencias algo más bajas; esto se aprecia mejor en la Figura 2.15.

En esta gráfica se han representado sedimentos con contenidos de agua del: 90%, 75%, 50%, 25%, 10%, 5%, 1%, 0.1% y 0%. Observamos, al igual que en la figura anterior, que la absorción es apreciablemente inferior a bajas frecuencias en todas las curvas. Sin embargo, el aumento de la absorción con la frecuencia es considerablemente mayor para este tipo de sedimentos donde la cantidad de agua puede ser relativamente pequeña.

El rango de variabilidad de la atenuación es amplio, siendo del mismo orden para cada una de las curvas, encontrando una diferencia de unos 10^4dB/m en el intervalo de frecuencias entre 1Hz y 10^6Hz .

Este cambio de comportamiento de la absorción con crecimiento más o menos rápido entre altas y bajas frecuencias aparece a una frecuencia distinta en cada sedimento particular, observándose que a medida que nos apar-

tamos de las condiciones de un sedimento de Biot (mayor cantidad de aire) la deflexión de las curvas se manifiesta a frecuencias cada vez menores. De ahí que aunque parezca que el comportamiento de las curvas es distinto en las Figuras 2.14 y 2.15, lo que sucede es que para saturaciones próximas al 100% de agua, la deflexión se produce a frecuencias aún mayores que las representadas ($f > 10^6 \text{ Hz}$).

Otro aspecto interesante del análisis comparativo de ambas gráficas es la diferencia sustancial de comportamiento de la absorción con el contenido de agua. Así para sedimentos próximos al de Biot, la absorción aumenta a medida que lo hace la cantidad de aire; sin embargo para saturaciones de agua inferiores al 90% la absorción va disminuyendo según aumenta la presencia de aire. Esta variación de la absorción con la proporción de agua puede apreciarse en la Figura 2.16.

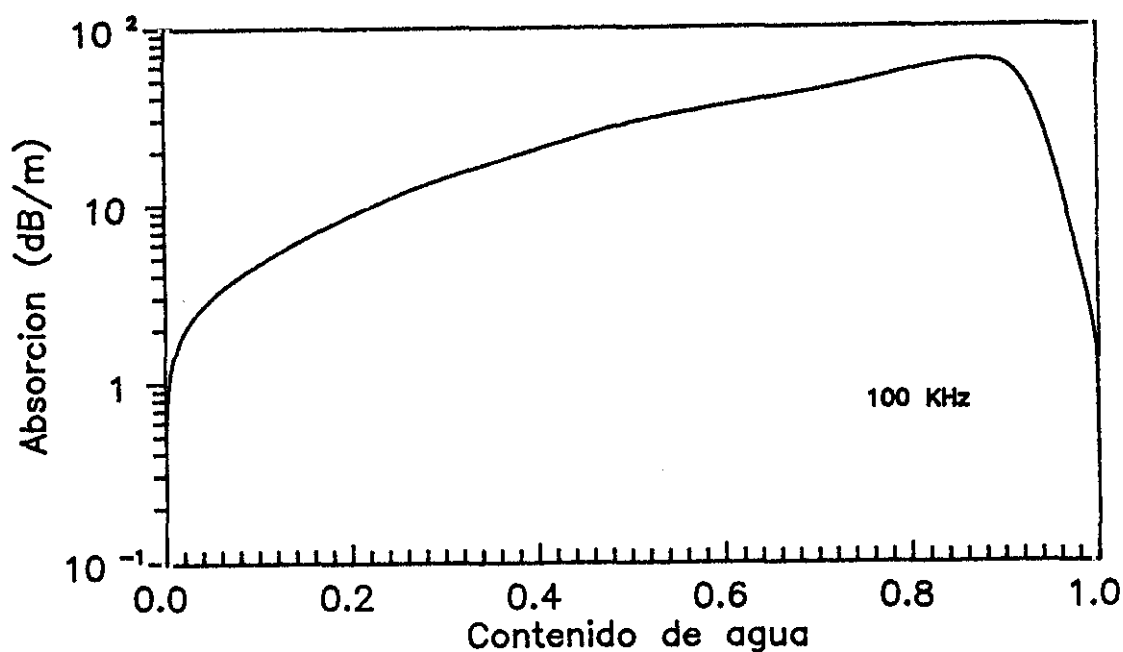


Figura 2.16. ~ Variación de la absorción con el contenido de agua para la frecuencia de 100KHz.

En definitiva partiendo de un sedimento de Biot la absorción aumenta rápidamente con la sola presencia de pequeñas cantidades de aire hasta alcanzar un valor máximo en torno al 90% de saturación (a la frecuencia de 100KHz), comenzando a disminuir paulatinamente a medida que sigue aumentando la cantidad de aire hasta llegar al valor de la absorción en un sedimento saturado de aire, que siempre será ligeramente superior a la absorción en un sedimento de Biot.

2.6.3.2.- Ondas de segundo orden

El siguiente grupo de ondas que estudiamos son las longitudinales de segundo orden.

a) VELOCIDAD

En la Figura 2.17 representamos la velocidad de estas ondas y su dependencia con la frecuencia en un sedimento con un 40% de porosidad y una permeabilidad de $6 \times 10^{-8} \text{ m}^2$. Definimos además, distintas proporciones de agua, en particular: 0%, 0.5%, 5%, 15%, 25%, 50%, 75%, 90%, 99.99% y 99.995%.

Lo primero que advertimos es la disminución de los valores de la velocidad según va aumentando la presencia de agua en los poros. En términos generales el sedimento a través del cual se propagan las ondas con mayor velocidad es aquel que tiene sus poros saturados de aire.

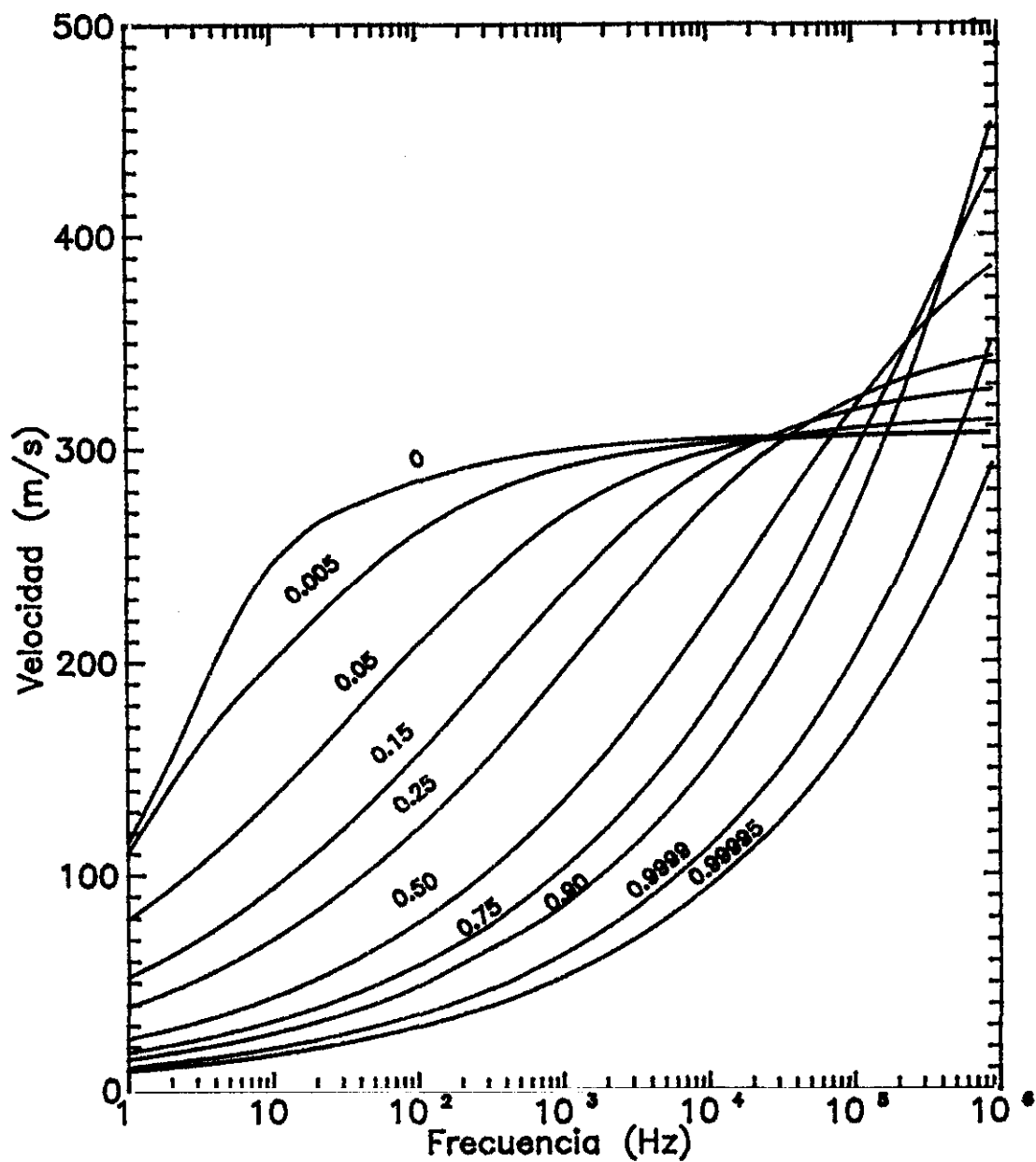


Figura 2.17.- Variación de la velocidad de las ondas longitudinales atenuadas de segundo orden con la frecuencia para distintos contenidos de agua (β_1) ($\beta=0.4$, $\chi=6 \times 10^{-8} \text{ m}^2$).

A medida que va apareciendo más proporción de agua, su velocidad disminuye hasta llegar a anularse en un sedimento de Biot. Quiere esto decir que este tipo de ondas no existe para un sedimento saturado exclusivamente de agua.

Por otra parte, el comportamiento de la velocidad con la frecuencia es semejante con cualquier proporción de mezcla de agua-aire.

Todas las curvas varían su crecimiento al pasar de bajas a altas frecuencias, y podemos apreciar que a medida que aumenta la cantidad de agua el cambio se manifiesta a frecuencias cada vez mayores. La variación de la velocidad entre altas y bajas frecuencias se hace más acusada según aumenta el contenido de agua.

Observamos que para frecuencias muy pequeñas estas ondas se propagan muy lentamente (entre 40 m/s y 100 m/s para $0 \leq \beta_1 \leq 25\%$), llegando a alcanzar unos valores prácticamente nulos en sedimentos próximos al de Biot.

A medida que la frecuencia va aumentando también lo hace la velocidad de forma continua, siendo más rápida cuanto mayor es la cantidad de agua en el sedimento, llegando a encontrar diferencias de hasta 400m/s en un intervalo de 10^6 Hz con una saturación de agua del 99.995%.

b) ABSORCION

Con respecto a la variación de la absorción que sufren estas ondas con la frecuencia no cabe hacer una distinción de comportamiento entre pequeños y grandes contenidos de agua.

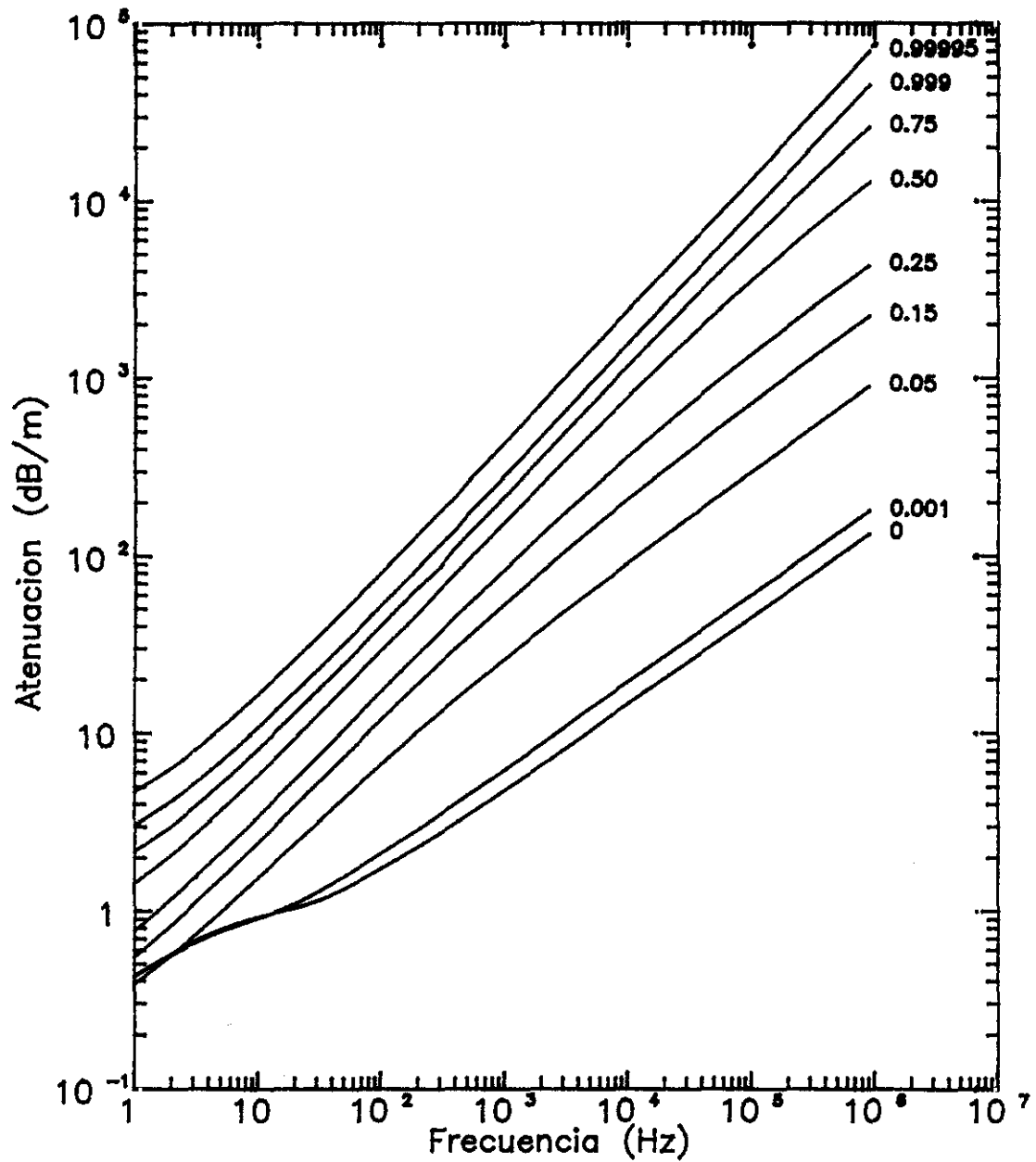


Figura 2.18.- Variación de la absorción de las ondas longitudinales de segundo orden con la frecuencia para distintos contenidos de agua (β_1). ($\beta=0.4$, $\chi=6 \times 10^{-8} \text{ m}^2$).

Sea cual fuere la proporción de agua y aire en los espacios intersticiales del sedimento la dependencia con la frecuencia de la absorción es prácticamente la misma en cualquier caso. Esta dependencia está representada en la Figura 2.18.

Todas las curvas tienen una sola pendiente del tipo f^n donde n es prácticamente constante en todo el rango de frecuencias.

Queremos señalar que la absorción de las ondas de segundo orden es muy grande y su variación con la frecuencia muy fuerte.

Además, a medida que aumenta la presencia de agua, esta absorción se hace mayor, llegando a alcanzar prácticamente los 10^5 dB/m a 1MHz con un contenido de agua del 99.995%.

Es importante destacar que la atenuación sufrida por estas ondas de segundo orden es mucho mayor que las de primer orden⁽⁶⁵⁾ por ello estas ondas son muy difíciles de visualizar de forma experimental.

2.6.3.3.- Ondas de tercer orden

Al igual que hemos hecho en los apartados anteriores, para las ondas de tercer orden analizaremos las características acústicas de velocidad y atenuación.

a) VELOCIDAD

Comenzamos estudiando el comportamiento de la velocidad de estas ondas frente a la frecuencia en un sedimento con un 40% de porosidad y una permeabilidad de $6 \times 10^{-8} \text{ m}^2$ y que viene representada en la Figura 2.19.

De una rápida observación de esta gráfica podemos advertir los valores tan pequeños de la velocidad; estas ondas oscilan entre los 10m/s y los 160 m/s como máximo.

Salvando estos valores de la velocidad, podemos decir que su comportamiento frente a la frecuencia es muy similar al de las ondas de primer orden; es decir, su dependencia con la frecuencia es despreciable.

Para cualquier proporción de agua en el sedimento, la velocidad se mantiene prácticamente constante en todo el rango de frecuencias salvo para frecuencias bajas, donde se aprecia un ligero descenso. Esta pequeña variación del valor de la velocidad con la frecuencia se hace más acusada cuanto mayor sea la presencia de agua en los poros.

Es interesante resaltar también que la velocidad de estas ondas es creciente con la cantidad de agua en el sedimento, al igual que ocurre con las de primer orden en general.

La curva que representa la velocidad en el sedimento con el 100% de agua es precisamente la encontrada por Biot que denominó de segundo orden. Nosotros no la definimos como tal sino como una onda de tercer orden. El motivo de la diferente notación estriba en que siguiendo rigurosamente la teoría de Biot, y tal como hizo él mismo, hemos clasificado las distintas ondas longitudinales que aparecen en un sedimento poroso de acuerdo a su velocidad de propagación y por otro lado atendiendo a su comportamiento general.

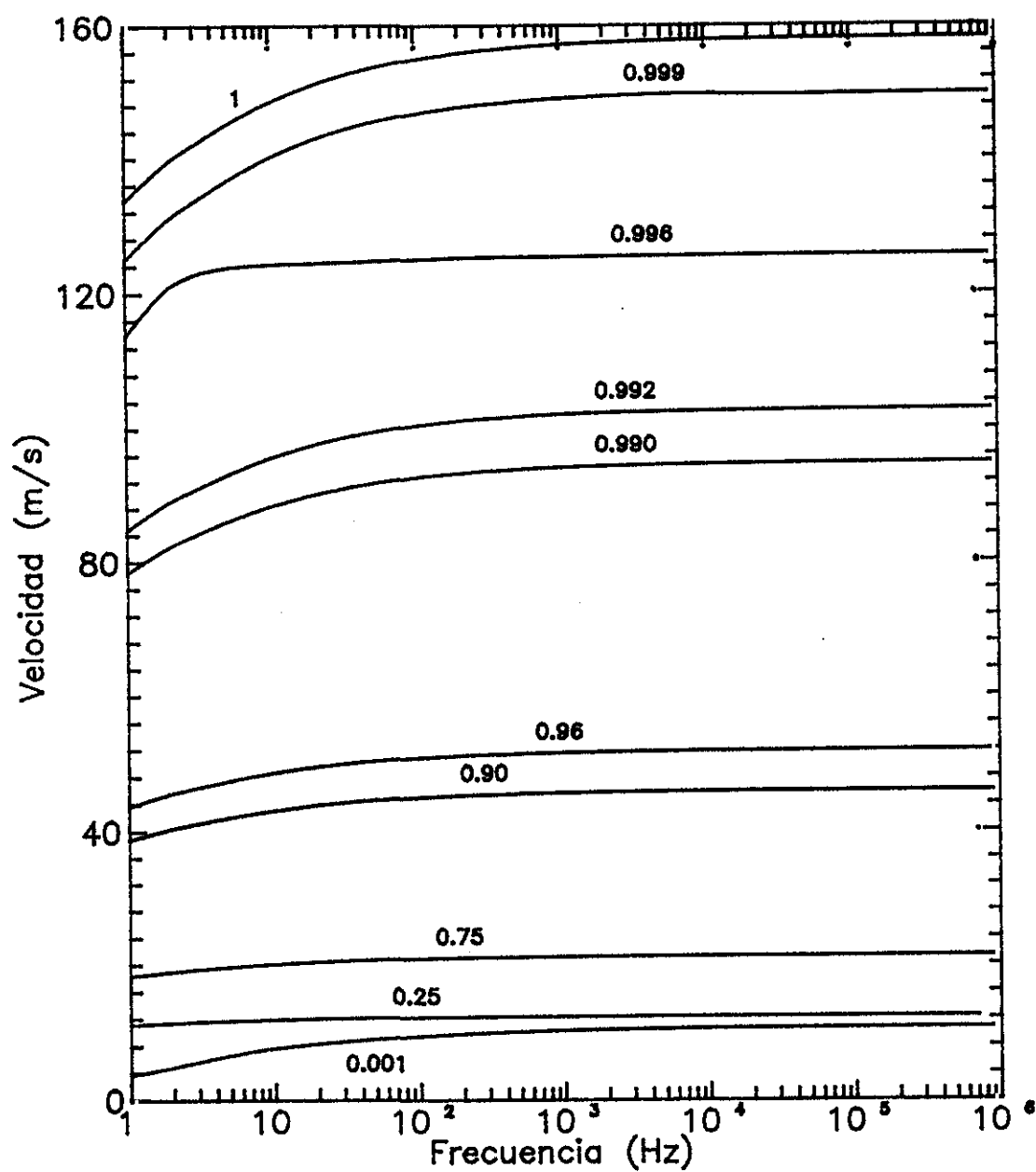


Figura 2.19.- Variación de la velocidad de las ondas longitudinales de tercer orden con la frecuencia para distintos contenidos de agua (β_1). ($\beta=0.4$, $\chi=6 \times 10^{-8} \text{ m}^2$).

Así pues, según nuestra tesis, podemos definir un sedimento de Biot como un caso particular de un sedimento poroso siendo agua el fluido que satura los poros. Se caracteriza por la presencia de dos ondas longitudinales: una de primer orden (u onda rápida según Biot) y una segunda de tercer orden (onda lenta según Biot).

Otro caso particular interesante de resaltar es aquel sedimento cuyos poros están saturados de aire. En este caso, la onda de tercer orden desaparece y volvemos a tener un sedimento poroso caracterizado por dos ondas longitudinales. Sin embargo, en este tipo de fondo sedimentario una onda es la de primer orden y la otra es la de segundo orden.

Al comparar las ondas longitudinales de primer y tercer orden en este tipo de sedimentos (Fig.2.13 y Fig.2.16) podemos observar que ambas velocidades son del mismo orden ($\approx 200\text{m/s}$) y por tanto no cabe distinguir entre ondas rápidas y lentas como había establecido Biot. Es más, incluso las ondas de segundo orden pueden tener unos valores de la velocidad superior a las de primer orden.

Algunos autores⁽⁶⁶⁾⁽⁶⁷⁾ al comparar las dos ondas longitudinales en un sedimento poroso saturado de agua y otro saturado de aire, han llegado a explicar un comportamiento anómalo de la onda de segundo orden cuando el fluido es aire. Llegaron a esta conclusión dado que encontraron para estas ondas una velocidad mayor y una atenuación menor.

En contraposición, según nuestra tesis no cabe tal comportamiento anómalo, dado que las ondas de primer orden se ajustan a la misma pauta en ambos sedimentos, y las segundas ondas que aparecen no son comparables al no ser de la misma naturaleza pues en aire aparece una onda de segundo orden, mientras que en agua es de tercer orden.

b) ABSORCION

Para concluir esta explicación detallada de la conducta de las ondas longitudinales atenuadas analizaremos la absorción sufrida por las ondas de tercer orden, y que están representadas en la Figura 2.20.

Observamos un comportamiento de la absorción con la frecuencia del tipo f^n con n prácticamente constante. El rango de variabilidad de la absorción es grande aunque no tan fuerte como en las ondas de segundo orden (Figura 2.18)._____

Podemos destacar que a medida que aumenta la cantidad de agua en el sedimento la absorción va disminuyendo, siendo en el sedimento de Biot donde las ondas se atenúan menos. Existe una diferencia de unos 20dB/m entre un sedimento saturado de agua y otro saturado prácticamente de aire.

Una última cuestión antes de terminar este capítulo que resulta interesante comentar es que no presentamos la variación de las características acústicas de velocidad y atenuación de las ondas longitudinales con la porosidad del sedimento ni con la permeabilidad del medio. Si bien hemos realizado este estudio para todos los tipos de ondas, se ha llegado a la conclusión de que estos dos parámetros no son demasiado significativos sobre todo en las ondas longitudinales.

Es mucho más importante la fuerte dependencia apreciada tanto con la frecuencia como con la proporción de agua y aire contenida en el medio poroso sedimentario. Ello no quiere decir, sin embargo, que estos dos parámetros no influyan en la propagación de las ondas longitudinales, pero existe en la bibliografía científica rigurosos estudios sobre ello^{(52) (64) (67) (68) (69)}, y por eso no nos ha parecido demasiado relevante presentarlo en este trabajo.

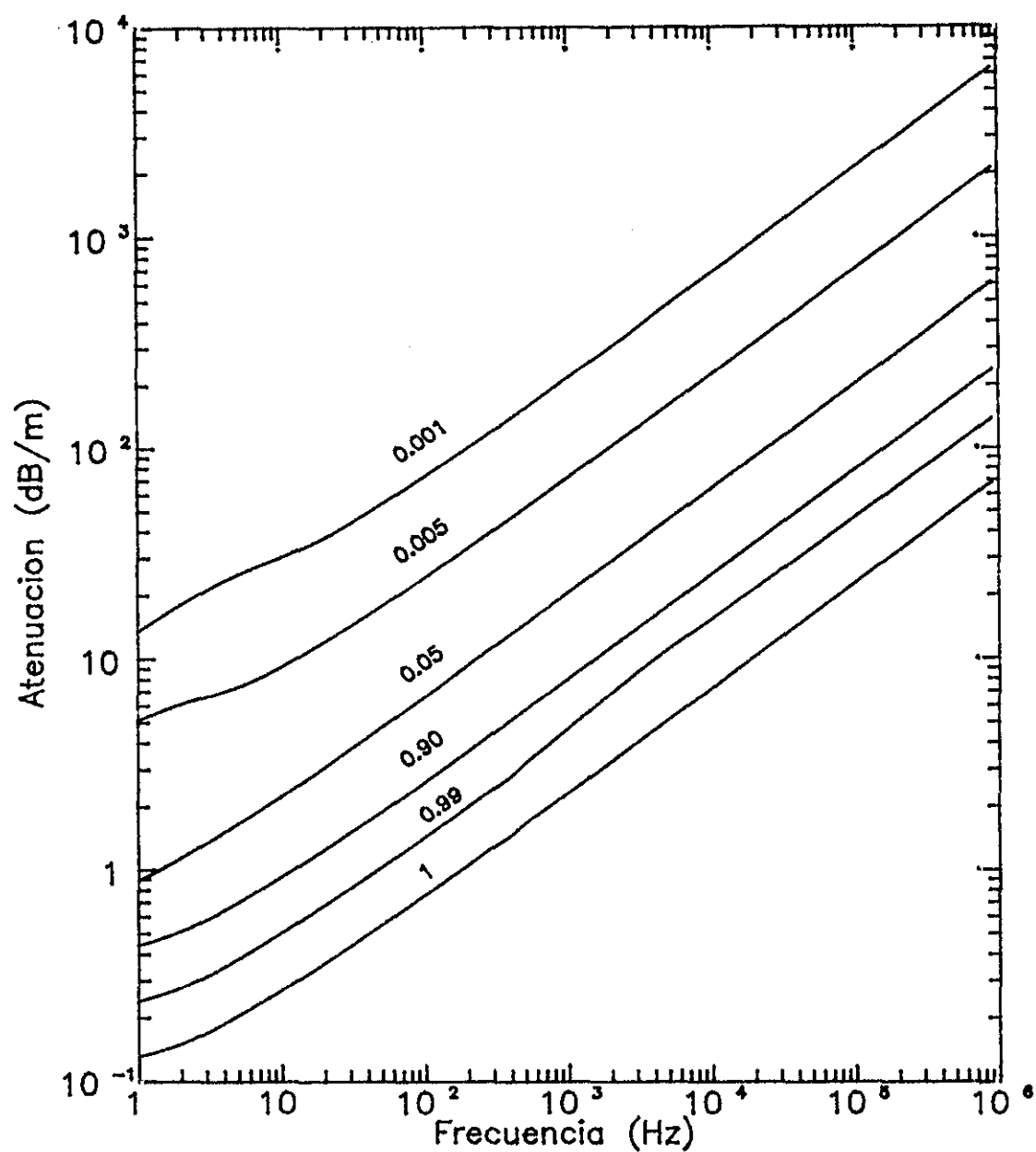


Figura 2.20.- Variación de la absorción con la frecuencia de las ondas longitudinales de tercer orden para distintos contenidos de agua (β_1).

CAPITULO 3

MEDIDA DE LAS CARACTERISTICAS ACUSTICAS

3.1.- INTRODUCCION

En este capítulo establecemos la manera de obtener las características acústicas de un sedimento poroso, que como sabemos son por un lado la VELOCIDAD de propagación y por otro la ABSORCION sufrida por las ondas acústicas al propagarse en dicho medio.

Sin embargo, antes de describir el método de medida de estas características, es interesante analizar el comportamiento de la señal radiada al atravesar el sedimento, teniendo en cuenta que las medidas realizadas a lo largo de este trabajo se han llevado a cabo en el laboratorio de Hidroacústica del Instituto de Acústica mediante la construcción de modelos de fondos marinos que simulan las características reales de un entorno submarino, utilizando para ello como soporte material un volumen o recinto constituido por un pequeño tanque hidroacústico de dimensiones limitadas.

Por último describimos la cadena de medida donde se señalan las características más importantes de todo el equipo que se ha utilizado en las experiencias.

3.2.- COMPORTAMIENTO DE LA SEÑAL RADIADA

3.2.1.- FORMA DEL IMPULSO

Al estar restringido el medio soporte de la propagación de ondas acústicas por las dimensiones del recinto, las condiciones de campo libre no se cumplen, y por tanto, a la onda directa en el sistema de estudio se sumarán en el punto de medida, las ondas reflejadas múltiples veces por las paredes laterales, fondo y superficie del tanque; fenómeno bien conocido como REVERBERACION del recinto⁽⁵¹⁾.

Esta restricción que impone el volumen limitado puede sortearse si en lugar de trabajar con onda continua lo hacemos con trenes de impulsos de duración y frecuencia de repetición adecuados a nuestro modelo.

Una buena elección de estos dos parámetros en relación con las dimensiones del tanque, posición del emisor y punto de medida, permite separar el impulso que viaja directamente (desde la fuente hasta el punto de medida), de los impulsos reflejados sucesivas veces en las paredes, fondo y superficie del recinto, gracias a que cada uno llegará al punto de medida en un instante distinto.

Sin embargo, con la única condición de trabajar con trenes de impulsos no podemos asegurar que se haya conseguido simular la propagación de una onda continua en campo libre, y es por tanto necesario imponer una nueva condición que permita alcanzar satisfactoriamente el estado estacionario.

Es fundamental, para ello, seleccionar una duración del impulso (T) adecuada de manera que contenga un número determinado de ciclos de la onda portadora, obteniéndose de esta manera una equivalencia entre nuestras condiciones de medida y las de campo libre.

Dadas las reducidas dimensiones del tanque no es posible utilizar im-

pulsos de duración suficiente para alcanzar el estado estacionario del impulso emitido, por lo que el tiempo de duración lo elegiremos de forma que contenga sólo un ciclo.

Excitando el transductor con un sólo ciclo de frecuencia cualquiera, éste "responde" como un sistema resonante amortiguado sometido a una excitación impulsiva, radiando un impulso acústico de duración, frecuencia y forma que vendrán dados por las características del transductor (su respuesta impulsiva).

Aunque se varíe la frecuencia del ciclo, la respuesta del transductor sólo se modifica en amplitud, siendo la frecuencia de oscilación la de resonancia del transductor.

Para emitir un tren de ondas acústicas de distintas frecuencias, es necesario excitar el emisor con impulsos de más larga duración (bastantes ciclos) de manera que se mantenga la oscilación a la frecuencia a la que es solicitado.

En la Figura 3.1 puede apreciarse el impulso eléctrico con que es excitado el transductor, donde puede observarse claramente la variación que experimenta la señal eléctrica para las frecuencias comprendidas entre 40KHz y 200KHz. Así mismo, también puede apreciarse la respuesta a esas mismas frecuencias de la señal acústica, donde podemos observar que la forma de todas ellas es similar aunque difieren en amplitud, y que la frecuencia corresponde únicamente a su propia frecuencia de resonancia.

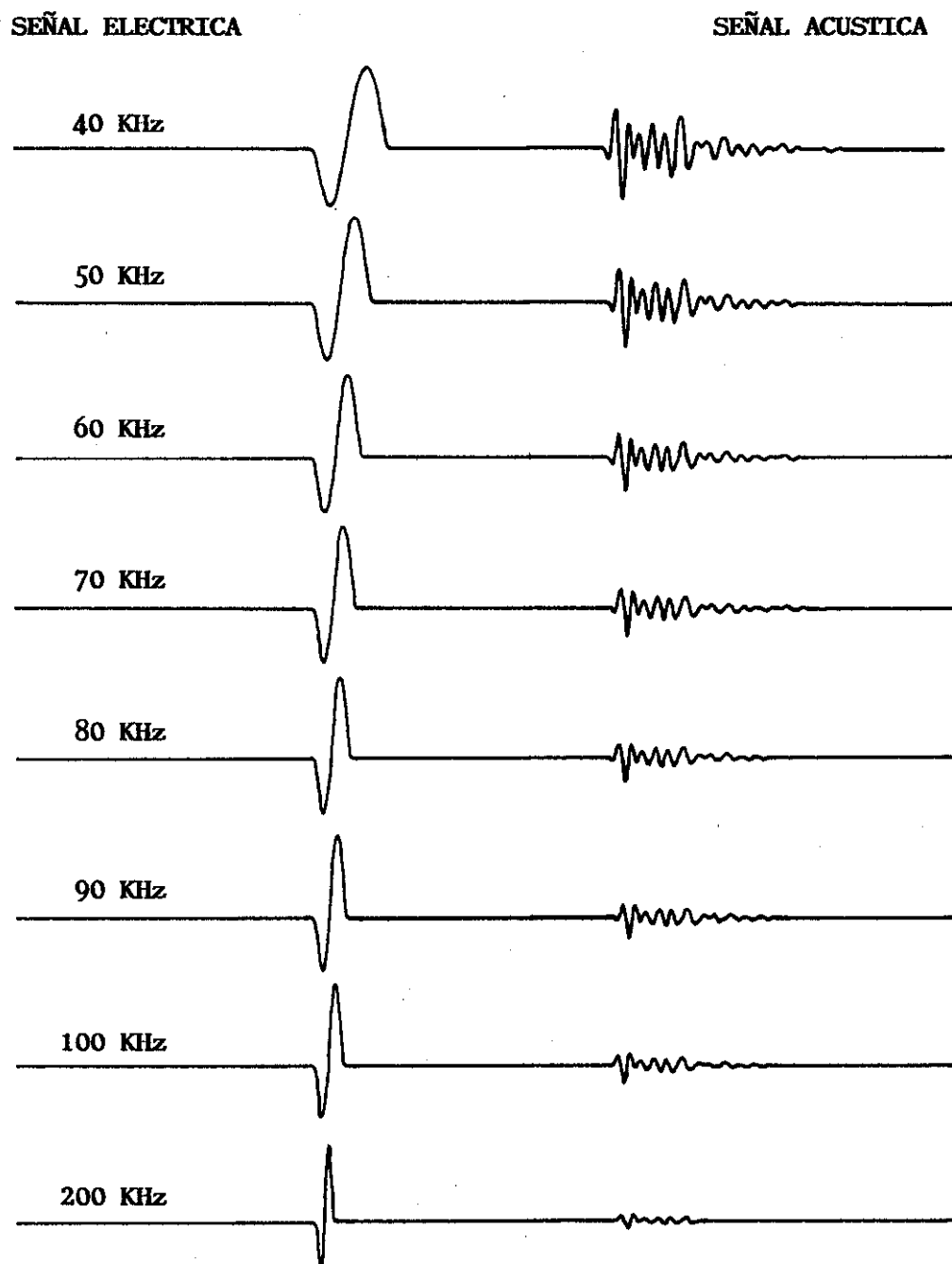


Figura 3.1.- Señal eléctrica y señal acústica para distintas frecuencias.

SEÑAL ELECTRICA

La expresión matemática de la señal o impulso eléctrico con que excitamos la fuente radiante es la parte real de⁽⁵¹⁾:

$$S(t) = S_0 \left[H(t) - H(t-T) \right] e^{j(\omega t - \phi)} \quad (3.2.1)$$

donde $H(t)$ es la función de HEAVISIDE o función escalón cuyo valor es la unidad para $t > 0$ y nulo para $t \leq 0$; S_0 la tensión eléctrica aplicada y T la duración del impulso.

EMISOR-RECEPTOR

En las mediciones realizadas en este trabajo hemos utilizado para la fuente generadora de ondas acústicas un transductor piezoeléctrico cuyas características fundamentales de directividad y su variación relativa de la amplitud con la frecuencia, es necesario conocer.

El comportamiento del emisor piezoeléctrico frente al impulso de excitación viene condicionado por un tiempo de respuesta, tiempo que tarda en establecerse el régimen estacionario de radiación de ondas acústicas tanto en amplitud como en fase.

Del estudio de los transductores piezoeléctricos se conoce⁽⁵¹⁾ el desplazamiento con que vibra la superficie radiante, que será la parte real de la expresión:

<u>ESTACIONARIO</u>	<u>TRANSITORIO</u>	
$\xi = \frac{G e^{j(\omega t - \phi')}}{\omega Z_m} \left[1 - e^{-\alpha t + j(\omega_d - \omega)t} \right] \quad (3.2.2)$		

donde G es una magnitud proporcional a la tensión eléctrica (S_0) aplicada al transductor y Z_m es su impedancia mecánica.

El factor $G/(\omega Z_m)$ representa la variación que experimenta la amplitud de la vibración en el estado estacionario con la frecuencia. ϕ' (que también varía con la frecuencia) se refiere al desfase de la parte real de señal en estado estacionario con respecto al instante de inicio de la señal, y ω_d es la frecuencia angular de amortiguamiento.

Los transitorios de inicio y final de la señal los denominamos ataque y caída respectivamente y sus expresiones matemáticas son:

ATAQUE:

$$S'_a(t) = S'_0 \left[1 - e^{-\alpha t + j(\omega_d - \omega)t} \right] e^{j(\omega t - \phi')} H(t)$$

CAIDA:

$$S'_c(t) = S'_0 \left[1 - e^{-\alpha T + j(\omega_d - \omega)T} \right] e^{-\alpha(t-T) + j\omega_d(t-T)} e^{j(\omega T - \phi')} H(t-T)$$

Es interesante señalar que en la caída de la señal acústica ésta toma la frecuencia ω_d distinta de la que tenía en su estado estacionario.

3.2.2- FORMA DE LA SEÑAL ACUSTICA

El comportamiento de la señal radiada es muy diferente cuando viaja a través de un medio dispersivo o cuando lo hace a través de un entorno puramente elástico. Estudiar este comportamiento no suele resultar por lo general tarea sencilla; sin embargo, un criterio que se puede adoptar es tratar el medio en cuestión como un filtro lineal⁽⁷⁰⁾.

Esta idea es la forma más racional de abordar este problema y de hecho es uno de los métodos más utilizados desde la segunda mitad de la década de los sesenta⁽⁷¹⁾⁽⁷²⁾.

Dadas las características del campo acústico es conveniente considerar el problema de la propagación como un filtro lineal, de manera que podamos relacionar la señal recibida en una posición determinada (señal de salida) con la emitida por la fuente (señal de entrada) mediante la función del filtro correspondiente⁽⁷³⁾.

Las técnicas de la teoría de filtros lineales se utilizan en los procesos entrada-salida obteniendo la respuesta impulsiva o la respuesta en frecuencias del sistema. Las herramientas matemáticas de la teoría de filtros son las Transformadas de Fourier, los productos de convolución y las funciones de correlación⁽⁷⁴⁾⁽⁷⁵⁾.

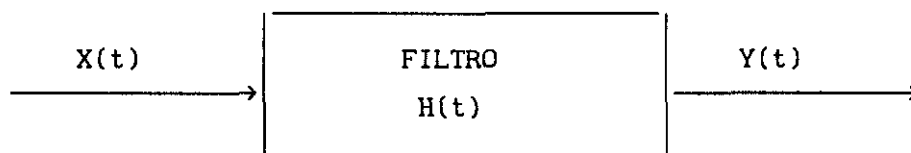
En las experiencias acústicas es posible obtener información del fondo arenoso a partir de una serie de medidas de la señal recibida (transmitida) en una posición determinada y que ha sido emitida desde la fuente. De esta manera se puede considerar el problema definiendo un filtro lineal "equivalente" al fenómeno de la transmisión, en el cual calcularemos la función de transferencia, considerando que la señal de entrada al filtro es la presión de la onda emitida sobre el punto de medida y la salida del filtro la presión de la onda transmitida.

En definitiva, el estudio del comportamiento de la señal transmitida lo enfocamos bajo el punto de vista de considerar al medio de propagación como una "caja negra" o filtro pasivo, donde podemos medir la respuesta en frecuencias o la respuesta impulsiva entre los terminales de entrada y salida sin preocuparnos de las características del interior de la caja.

Llamamos RESPUESTA IMPULSIVA, $H(t)$, de un filtro lineal a la señal que obtenemos a la salida del filtro cuando en la entrada tenemos un impulso unitario en el tiempo o IMPULSO DE DIRAC, $\delta(t)$:

ENTRADA: $X(t) = \delta(t)$

SALIDA: $Y(t) = F[X(t)] = H(t)$ (3.2.3)



El conocimiento de la respuesta impulsiva permite calcular la respuesta del filtro a cualquier señal de entrada, ya que viene expresada como el producto de convolución de dicha señal de entrada por la respuesta impulsiva del filtro⁽⁷⁶⁾ (Teorema de Vaschy); es decir:

$$Y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(t-\tau) \cdot H(\tau) \cdot d\tau \quad (3.2.4)$$

Esta integración en muchos casos no tiene solución sencilla, dado que

la respuesta del filtro puede ser una función bastante complicada para determinados medios dispersivos.

Esta dificultad puede soslayarse si trabajamos en el dominio frecuencial en lugar del temporal. Esto es posible gracias a la potente base matemática del análisis en frecuencias que se conoce como Transformadas de Fourier⁽⁷⁶⁾.

La respuesta del filtro de una señal sinusoidal del tipo $\exp(j\omega t)$ es según el Teorema de Vaschy:

$$Y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} H(\tau) \cdot e^{j\omega(t-\tau)} \cdot d\tau \quad (3.2.5)$$

$$= h(\omega) \cdot e^{j\omega t}$$

donde:

$$h(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} H(\tau) \cdot e^{-j\omega\tau} \cdot d\tau \quad (3.2.6)$$

es la FUNCION DE TRANSFERENCIA del filtro (Transformada de Fourier de la respuesta impulsiva), siendo ω la frecuencia angular de entrada en Herzios.

Tenemos pues dos representaciones del filtro: en el dominio temporal ($H(t)$) y en el dominio frecuencial ($h(\omega)$).

TIEMPO \longrightarrow RESPUESTA IMPULSIVA $\longrightarrow H(t)$

FRECUENCIAS \longrightarrow FUNCION DE TRANSFERENCIA $\longrightarrow h(\omega)$

Resulta más sencillo obtener la señal de salida del filtro en el dominio frecuencial ya que será el resultado del producto de la señal de entrada, $X(w)$, por la función de Transferencia del filtro, $h(w)$:

$$Y(w) = X(w) \cdot h(w) \quad (3.2.7)$$

La función de transferencia del filtro se define entonces como el cociente de la señal a la salida y a la entrada:

$$h(w) = \frac{Y(w)}{X(w)} \quad (3.2.8)$$

y su transformada inversa de Fourier será la respuesta impulsiva:

$$H(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} h(w) \cdot e^{j\omega t} \cdot d\omega \quad (3.2.9)$$

Es decir, el filtro equivalente al fenómeno de la transmisión de ondas acústicas a través de un medio es en definitiva un operador que nos permitirá determinar la forma de la señal transmitida conocida la forma de la emitida.

En particular, para un medio absorbente, la función de transferencia $h(w)$, será una función exponencial:

$$h(w) = e^{-\alpha(w)x}$$

que dependerá del espesor, x , que atraviesa la señal. El término $\alpha(\omega)$ se denomina Coefficiente de absorción que vendrá expresado generalmente en decibelios por metro (dB/m) y algunas veces en Neper/m.

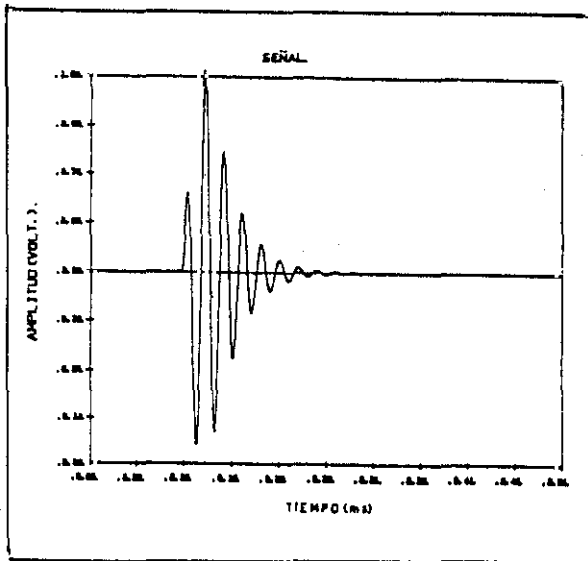
La señal de entrada (Figura 3.2.a) en el dominio frecuencial (Figura 3.2.b) da un espectro continuo cuyo máximo aparece a la frecuencia de la señal emitida, f_1 .

La respuesta en frecuencias del filtro, $h(\omega)$, como ya se ha mencionado, será una exponencial negativa, Figura 3.2c.

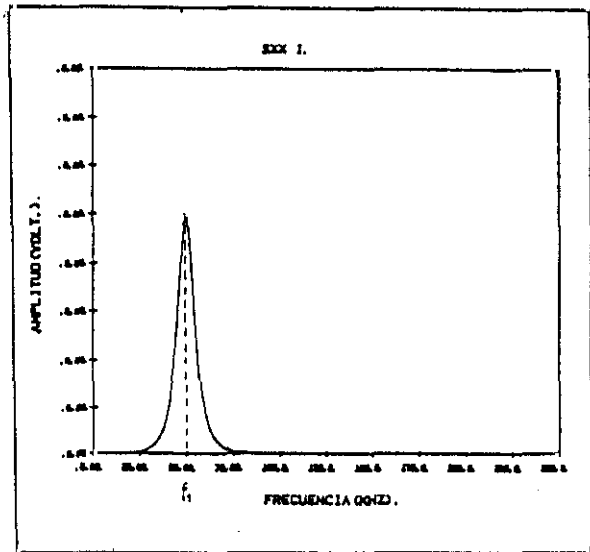
Por tanto, la señal de salida, Figura 3.2d, en el dominio frecuencial nos dará como resultado un espectro continuo que estará deformado al compararlo con el de entrada, y cuyo máximo aparece a una frecuencia inferior, f_2 .

En definitiva podemos decir que cuando una señal acústica que se emite a una frecuencia determinada atraviesa un medio absorbente, se deforma de manera que filtra las altas frecuencias y por consiguiente dicho filtro solamente dejará pasar las componentes de baja frecuencia de la señal transmitida.

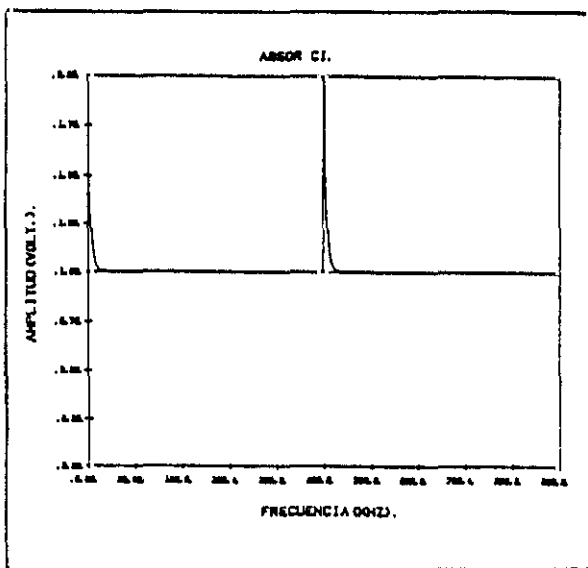
Realizando la TFF (Transformada inversa de Fourier) de la respuesta en frecuencias de la señal transmitida obtenemos la transmitida por el medio absorbente en el espacio temporal. Es decir, cuando la señal representada en la Figura 3.2.a se propaga a través de un medio absorbente, se deforma según se aprecia en la Figura 3.3.



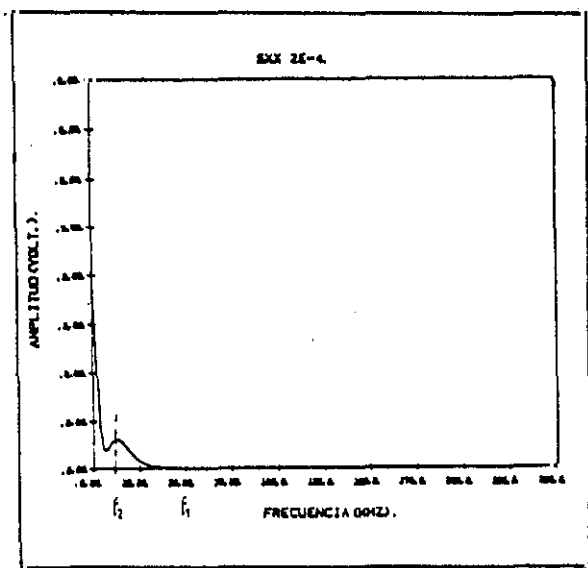
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 3.2.- (a) Señal emitida; (b) Densidad espectral del impulso emitido; (c) Absorción del medio; (d) Respuesta en frecuencias de la señal transmitida.

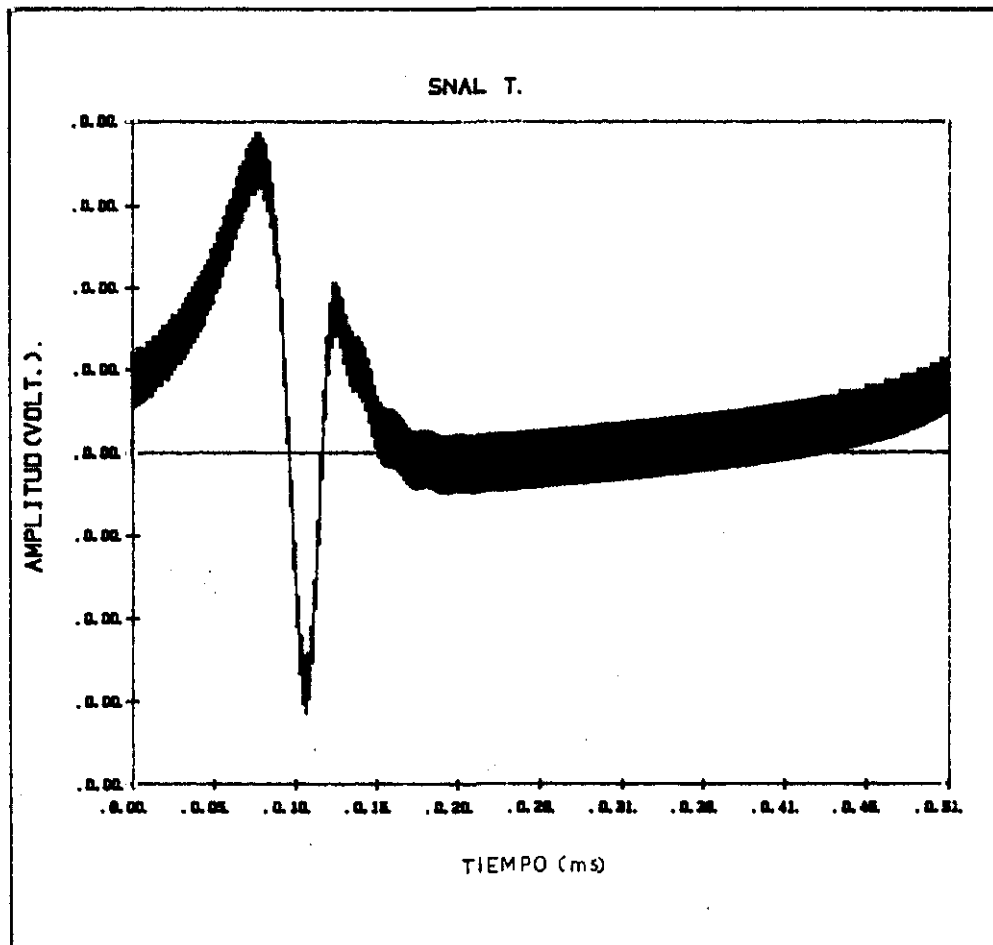


Figura 3.3.- Señal transmitida en el medio absorbente.

3.3.- METODO DE MEDIDA

3.3.1.- CARACTERIZACION DEL FONDO SEDIMENTARIO

El modelo soporte de la propagación acústica en un medio viscoelástico está caracterizado por una parte sólida formada por granos de arena y una mezcla de agua y aire que satura completamente los poros.

Para conformar nuestro sedimento poroso hemos utilizado muestras de arena recogidas en algunas playas de la costa Mediterránea.

Los distintos modelos de fondos sedimentarios que definimos se caracterizan por la constitución y tamaño de la parte porosa, de forma que los poros pueden estar saturados de:

- aire exclusivamente (en este caso consideramos arena seca)
- agua solamente (Sedimento de Biot)
- mezcla de agua y aire. En este último caso se controlará la proporción de ambos fluidos presentes en los poros

Para obtener las características de velocidad y absorción de las ondas acústicas en el sedimento, todas las experiencias se realizan en el tanque del laboratorio preparado para tal fin, donde los transductores (emisor y receptor) se posicionan en su interior y completamente sumergidos en el sedimento.

La señal captada por el hidrófono puede visualizarse en el osciloscopio, de manera que esto nos permite medir el tiempo de llegada y la amplitud de la señal directa (que es la que en realidad nos interesa) y que siempre llegará antes que el resto de los ecos.

Al trabajar con impulsos en lugar de onda continua, es posible separar

el impulso que llega directamente al hidrófono de aquellos que sufren reflexiones con el fondo, paredes y superficie del tanque.

3.3.2.- VELOCIDAD

Para obtener la velocidad de las ondas acústicas en el fondo sedimentario es conveniente enfrentar los transductores en el sedimento a una distancia determinada.

Podemos medir entonces el retardo del impulso desde el punto de emisión al de recepción. Variando la distancia de separación entre ambos transductores podemos medir una serie de pares de puntos (distancia-tiempo), que representados en una gráfica nos dará una recta, de cuya pendiente es posible obtener el valor de la velocidad.

La ventaja de obtener la velocidad a partir de la pendiente de la recta estriba en que podemos evitar el distinto comportamiento que experimenta la señal radiada al atravesar el espacio recubierto de goma que poseen los transductores entre el medio en cuestión y la cerámica piezoeléctrica generadora de las ondas acústicas.

3.3.3.- ABSORCION

Obtener la absorción que sufren las ondas acústicas al atravesar un medio absorbente no es tan sencillo como obtener la velocidad, por ello es

interesante aclarar previamente algunos conceptos de este proceso de atenuación.

La definición más aceptada de atenuación la encontramos en "Encyclopedic Dictionary of Exploration Geophysicists"⁽⁷⁷⁾:

Atenuación es la reducción de la amplitud o energía de las ondas debido a las características físicas del medio transmisor, a la reflexión involucreada, al scattering y a la absorción.

Las fuentes de atenuación se pueden dividir en dos grandes categorías generales:

- a) Las debidas a las pérdidas en el medio⁽²⁷⁾.
- b) Aquellas asociadas con pérdidas en los límites del medio^{(78) (79)}.

En nuestra experiencia siempre recogemos información de la señal directa que viaja desde la fuente al punto de medida; por ello consideramos exclusivamente las pérdidas de energía en el medio transmisor.

Estas pérdidas se pueden dividir en tres tipos básicos:

- Pérdidas viscosas
- Pérdidas por conducción de calor
- Pérdidas asociadas con cambios moleculares de energía

Las pérdidas viscosas aparecen siempre que existe un movimiento relativo entre porciones adyacentes del medio (compresiones y expansiones que acompañan a la transmisión de una onda acústica). Estas pérdidas se conocen más comunmente como pérdidas por fricción, y físicamente es un efecto debido a la viscosidad dinámica (efecto clásico investigado con gran pro-

fundidad por RAYLEIGH⁽⁸⁰⁾).

Las pérdidas por conducción de calor resultan de la conducción de energía térmica (calor) entre condensaciones, que siempre se producen a una temperatura mayor, y rarefacciones a una temperatura menor.

Las pérdidas asociadas a cambios moleculares de energía se atribuyen a un segundo tipo de viscosidad denominado VISCOSIDAD VOLUMETRICA que produce pérdidas significativas debido a la reordenación molecular que tiene lugar durante un ciclo (periodo) de la onda acústica; es decir incluye una conversión de la energía cinética de las moléculas en⁽⁷¹⁾:

- a) Energía potencial almacenada, como puede ocurrir en el reagrupamiento estructural de moléculas adyacentes en un elemento de volumen.
- b) Energía de rotación y vibración cuando las moléculas son poliatómicas.
- c) Energía de asociación y disociación entre diferentes soluciones ionizadas que puedan existir.

Cada uno de estos procesos de absorción están caracterizados por un TIEMPO DE RELAJACION, es decir, el tiempo necesario para un reordenamiento molecular en respuesta al cambio de presión.

A pesar de ser el agua un medio no absorbente, observamos que a medida que nos alejamos de la fuente emisora de ondas acústicas la señal recogida por el receptor va disminuyendo en amplitud; esto significa que la onda sufre una atenuación.

Cuando una onda esférica se propaga desde la fuente a través de un medio elástico, homogéneo e isótropo, la potencia generada por la fuente

(W) es radiada por igual en todas direcciones, de manera que se distribuye uniformemente sobre la superficie de otra esfera a una distancia r que rodea a la fuente.

Los mecanismos de pérdidas de amplitud de presión de una onda esférica siguen una ley de disminución con la distancia (o con el cuadrado de la distancia si consideramos intensidades⁽⁷¹⁾):

$$P = \frac{P_0 r_0}{r} e^{j(\omega t - kr)} \quad (3.3.2)$$

siendo r la distancia recorrida por la onda acústica desde la fuente y r_0 la distancia de referencia (1m).

Otra forma de describir la propagación esférica es decir que el producto de la amplitud de la presión sonora por la distancia es una constante⁽⁸¹⁾. De la ecuación (3.3.1):

$$Pr = |P_0 r_0 e^{j(\omega t - kr)}| = \text{Constante} \quad (3.3.3)$$

El parámetro k que aparece en las expresiones (3.3.1) y (3.3.2) es el número de onda, que para un medio absorbente resulta ser complejo:

$$k = k_r + j\alpha \quad (3.3.4)$$

Sustituyendo la expresión (3.3.4) en (3.3.2):

$$P = \frac{P_0 r_0}{r} e^{-\alpha r} e^{j(\omega t - k_r r)} \quad (3.3.5)$$

donde el término $(P_0 r_0 / r) \exp[-\alpha r]$ resulta ser la amplitud de la onda esférica.

Multiplicando la expresión por 20 y tomando el logaritmo decimal de la amplitud, llegamos a la siguiente ecuación:

$$20 \log(P_r) = 20 \log(P_0 r_0) - 20\alpha r \cdot \log e \quad (3.3.6)$$

que resulta ser la ecuación de una recta con pendiente negativa. Esta pendiente se expresa como:

$$a = 20\alpha \log e = 8.7\alpha \quad (3.3.7)$$

donde α se suele expresar en Neppers por unidad de longitud. El coeficiente a se denomina COEFICIENTE DE ABSORCION y se expresa en decibelios por unidad de longitud (generalmente dB/m). La ecuación (3.3.6) resulta entonces:

$$20 \log (P_r) = 20 \log(P_0 r_0) - ar \quad (3.3.8)$$

Con los transductores posicionados a una distancia determinada podemos medir la amplitud de la señal transmitida. Variando la distancia entre am-

Los transductores es posible obtener una serie de pares de puntos (distancia-amplitud), que representados convenientemente en una gráfica nos dará una recta (ecuación 3.3.8) de cuya pendiente se puede deducir el coeficiente de absorción.

Sin embargo, al estudiar el coeficiente de absorción no podemos olvidar su dependencia con la frecuencia, por lo que es interesante analizar además, la deformación que experimenta la señal radiada al atravesar el sedimento poroso. Como se ha explicado anteriormente, y considerando el medio acústico absorbente como un filtro, conocidas la entrada y salida será posible obtener la información deseada.

Así pues, la dependencia del coeficiente de absorción con la frecuencia se obtendrá midiendo la deformación de la señal al comparar el espectro en frecuencias de la señal transmitida en el agua (que tomaremos como referencia) con el espectro de la señal transmitida en el medio en estudio (sistema trifásico arena-agua-aire).

3.4.- DISPOSITIVO DE MEDIDA

3.4.1.- SISTEMA DE TRANSDUCCION

La medida de las características acústicas del sedimento que hemos estudiado requiere la construcción de dos modelos de fondo diferentes. El primero constituido exclusivamente por agua dulce, se realiza en un tanque hidroacústico rectangular de dimensiones 150x70x70cm.

El segundo modelo que construimos contiene el fondo arenoso que pretendemos analizar, siendo el recipiente de medida un tanque cilíndrico de

27cm de diámetro y 43.5cm de altura, donde la duración del impulso no puede sobrepasar los 100 μ s y la frecuencia está limitada inferiormente a los 30 KHz.

En ambos modelos se han utilizado los mismos transductores tanto para la fuente generadora como receptora de las ondas acústicas. Los dos son transductores que utilizan cerámicas piezoeléctricas como elementos sensores, capaces de producir una excitación mecánica (vibración) al aplicar una tensión alterna, en cuyo caso se utilizará el transductor como proyector, y viceversa, una excitación mecánica sobre el sensor produce una salida eléctrica y el transductor puede ser usado como hidrófono.

En las Figuras 3.4 y 3.5 que se presentan a continuación se especifican las características de ambos transductores.

El emisor o proyector utilizado es cilíndrico con un diámetro de 7 cm y altura de 5 cm (Figura 3.4.b). Tanto la sensibilidad como la directividad se han medido en un tanque hidroacústico de 7.5 x 4.5 x 4.5m. El hidrófono patrón utilizado en esta calibración es el mismo con el que hemos trabajado en todas las experiencias.

La sensibilidad del emisor se muestra en la Figura 3.4.c. Podemos observar que presenta una resonancia (máxima sensibilidad) a la frecuencia de 100 KHz con un ancho de banda a 6 dB de 50 KHz. El resultado de esta calibración a dicha frecuencia nos da una sensibilidad de 26.5 Pa/V referido a 1 metro, o lo que es lo mismo 148 dB re 1 μ Pa/1V/1m.

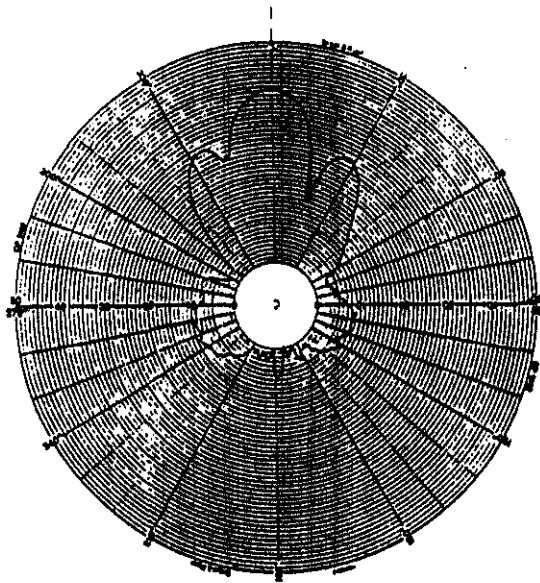
El diagrama de directividad (Figura 3.4.a) se midió sumergiendo el emisor en el agua, estando colgado de una mesa BRUEL & KJAER tipo 3921 que es capaz de girar de forma sincronizada con un registrador de nivel B&K tipo 2305 representando el valor DC equivalente al valor de pico de la señal captada con el hidrófono patrón situado en el campo lejano del transductor. Se utilizó la técnica de impulsos para separar el pulso directo de los ecos

en las superficies del tanque.

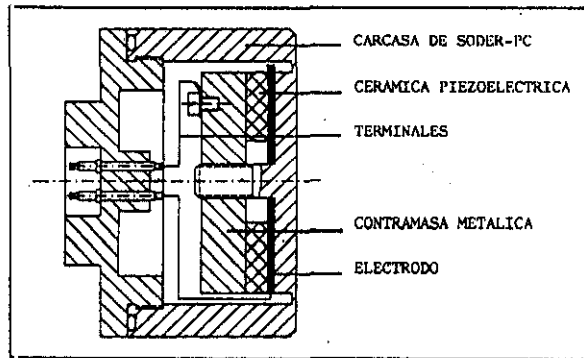
El ancho del haz del lóbulo principal a -3dB de caída respecto del nivel en el eje acústico es de 18° y a -6dB de 22° . El primer lóbulo aparece a los 26° y la caída de nivel respecto del lóbulo principal es de -11dB . Podemos observar además, que este transductor no radia energía por la parte posterior.

Con respecto al hidrófono, Figura 3.5, se trata de un hidrófono patrón BRUEL & KJAER tipo 8104 con -206.3 dB re $1\text{V}/1\mu\text{Pa}$ de sensibilidad en recepción en la zona de respuesta plana que corresponden a $48.4\text{ }\mu\text{V}/\text{Pa}$ y de -210.8 dB re $1\text{V}/1\mu\text{Pa}$ a la frecuencia de 100 KHz . Presenta un rango de frecuencias de 0.1 Hz hasta 125 KHz .

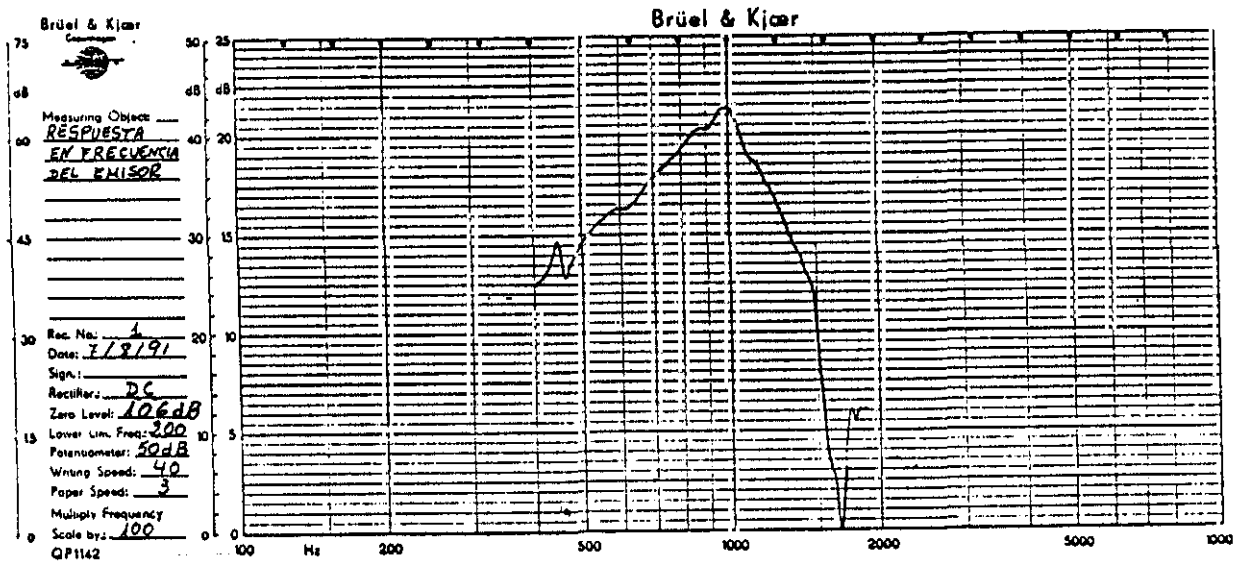
En el diagrama de directividad se aprecia que es omnidireccional hasta la frecuencia de 125 KHz en el plano X-Y.



(a)

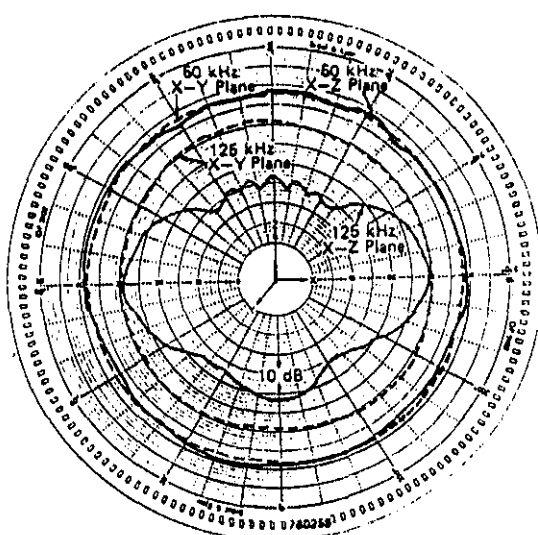


(b)

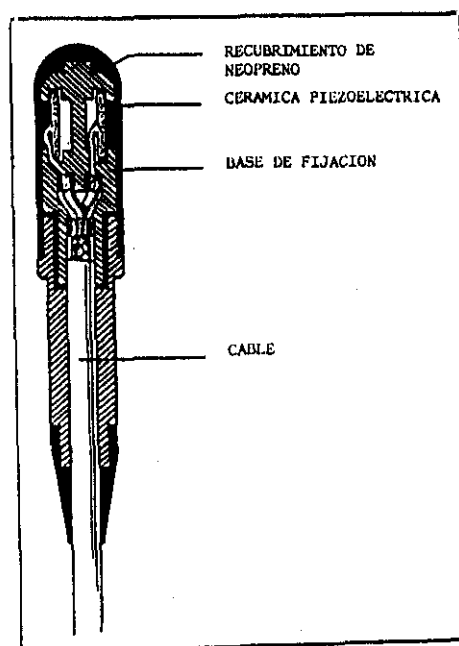


(c)

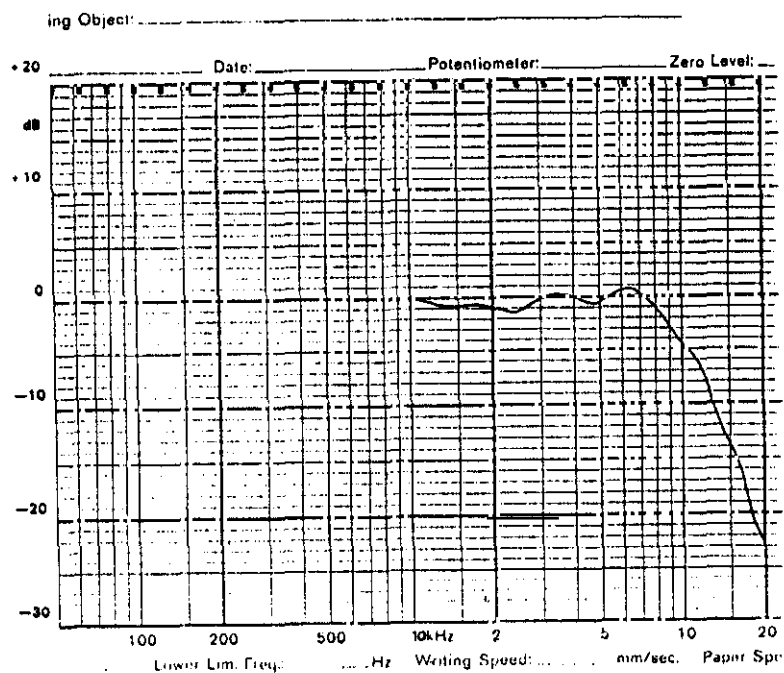
Figura 3.4.- Características del emisor. (a) Directividad; (b) Sección del emisor; (c) Sensibilidad en función de la frecuencia.



(a)



(b)



(c)

Figura 3.5.- Características del hidrófono. (a) Directividad; (b) Sección del hidrófono; (c) Sensibilidad en función de la frecuencia.

3.4.2.- SISTEMA DE MEDIDA

En el tanque hidroacústico y sobre dos ejes perpendiculares a su dimensión mayor, hemos colocado los transductores descritos anteriormente, estando ambos enfrentados y sumergidos a media profundidad.

Los registros de los niveles de las señales se han obtenido siguiendo la cadena de medida esquematizada en la Figura 3.6. que podemos descomponerla en las siguientes etapas:

- a) Sistema de emisión
- b) Sistema de recepción
- c) Control y procesado de la señal.

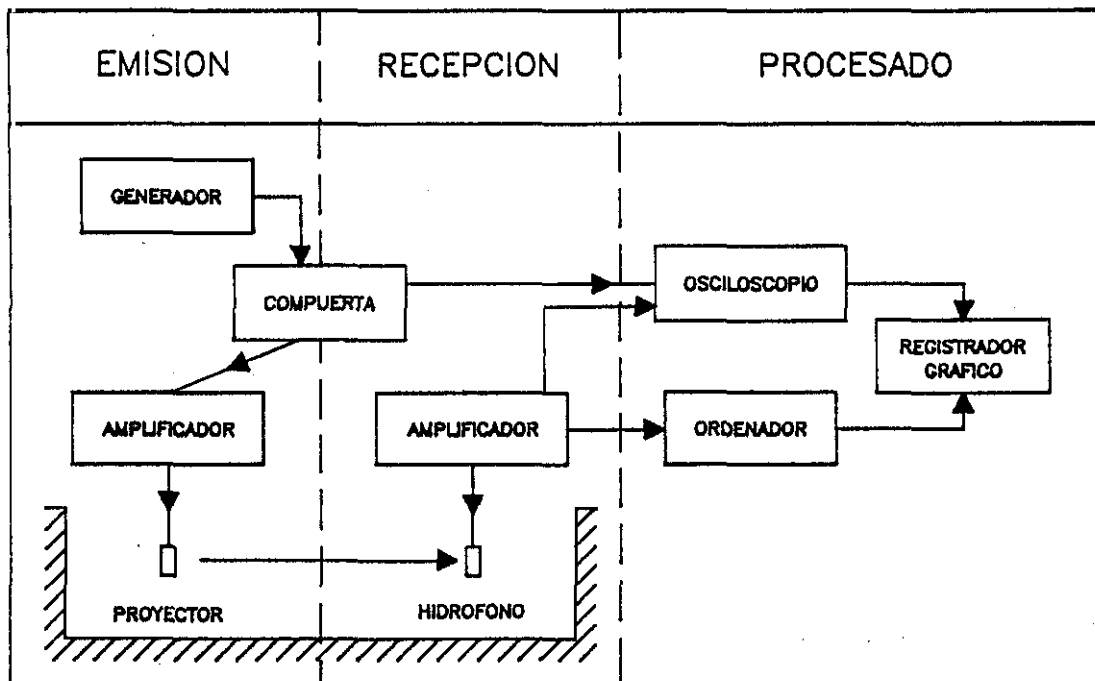


Figura 3.6.- Esquema de la cadena de medida.

a) SISTEMA DE EMISION

El sistema de emisión está constituido por los siguientes elementos:

- a) Generador
- b) Compuerta
- c) Amplificador de potencia
- d) Emisor acústico

El generador (oscilador) de frecuencias TEKTRONIX modelo FG501A es capaz de producir eléctricamente una señal sinusoidal de duración ilimitada, en el margen comprendido entre 10^{-3} Hz y 2 MHz, con nivel constante hasta 15 Voltios para una impedancia de salida de 50 Ω .

La compuerta TEKTRONIX modelo PG505 genera una señal rectangular (TTL) cuyo tiempo de repetición puede ir de 10 μ s a 1s, y cuya duración del impulso puede variar desde 5 μ s hasta 0.5s.

La selección de la duración del impulso y del tiempo de repetición se elige de manera que la señal que nos interesa detectar llegue antes de que el emisor vuelva a emitir un nuevo pulso.

La señal creada por el generador pasa por la compuerta y allí es modulada (multiplicada) por la señal rectangular.

El mismo módulo de la compuerta nos da en otra salida el impulso rectangular modulador (TTL) y que nos ha de servir para controlar el disparo de un osciloscopio en la cadena de recepción.

Finalmente, la señal eléctrica del oscilador, ya modulada en impulsos por la compuerta, pasa por la etapa amplificadora en un amplificador de potencia BRUEL & KJAER modelo 2713 con respuesta plana en la banda de frecuencias que nos proporciona el generador y ganancia hasta 60dB.

Es preciso amplificar la señal que procede de la compuerta, puesto que tal y como sale no tiene energía suficiente para que, actuando sobre el emisor, éste radie energía acústica detectable a cierta distancia cuando el medio es muy absorbente. Además, la señal amplificada debe llegar al emisor sin sufrir distorsión alguna, es decir, el amplificador debe ser capaz de adaptar su impedancia de salida a la de entrada del emisor.

b) SISTEMA DE RECEPCION

La cadena de recepción está formada por todos los elementos que aparecen a continuación del hidrófono, sin tener en cuenta los destinados al control y procesamiento de la señal. El sistema de recepción consta de:

- a) Hidrófono
- b) Preamplificador o amplificador de señal
- c) Compuerta

En recepción, la señal captada por el hidrófono, tras ser amplificada debidamente en un BRUEL & KJAER modelo 2650, puede pasar de nuevo por la compuerta en el módulo de medida, la cual nos da en una de sus salidas un voltaje de continua proporcional a la amplitud de la señal en la entrada. En otra de sus salidas disponemos del impulso rectangular que define la zona de la señal seleccionada.

c) CONTROL Y PROCESADO DE LA SEÑAL

Los últimos elementos de la cadena de medida conforman el sistema de control y procesado de la señal que nos proporcionan toda la información deseada. Las funciones que consideramos son:

- a) Control
- b) Procesado de datos

El control o monitoreado de la cadena de medida se lleva a cabo de manera visual en el dominio temporal en un osciloscopio digital SONY TEKTRONIX modelo 336 con capacidad de acumular en memoria hasta nueve señales y dos canales que permiten, por un lado, observar la forma de la señal directa, y por otro, controlar el impulso de la compuerta.

El almacenamiento y procesado final de los datos permite conservar y describir aquellas señales que fueron adquiridas.

Mediante el registro de forma gráfica en un registrador YEW modelo 3022A4X-Y podemos obtener una evaluación de las magnitudes que intervienen en el proceso.

Otro tipo de control y procesado de señal utilizado que permite estudiar la evolución en el dominio de frecuencias consiste en un sistema de adquisición de datos NICOLET modelo 500 que digitaliza la señal analógica procedente del amplificador de señal. A través de una interfase IEEE es adquirida en un ordenador COMPAQ modelo DESKPRO 386s que permite procesar la señal tanto en el espacio temporal como en el de frecuencias mediante el correspondiente algoritmo de FFT y su inversa TFF.

Además, esta señal procesada puede recogerse de forma gráfica en un plotter HEWLETT PACKARD modelo COLORPRO conectado a dicho ordenador.

CAPITULO 4

ANALISIS EXPERIMENTAL DEL SEDIMENTO POROSO

4.1.- INTRODUCCION

- Con el fin de obtener las características acústicas del modelo de sedimento poroso constituido por arena, agua y aire, centramos primeramente nuestra atención en un medio elástico homogéneo e isótropo, el agua, como soporte de la propagación de ondas acústicas.

Para ello disponemos de un tanque con agua paralelepédico de dimensiones $1.5 \times 0.7 \times 0.65$ m (Figura 4.1.a), en el que sumergimos los transductores, emisor y receptor, a la misma profundidad en el eje longitudinal del tanque y separados una distancia que variamos paulatinamente.

Trabajando con impulsos de corta duración, medimos el tiempo que tarda en llegar un impulso desde el emisor al receptor para cada distancia de separación. Así determinamos la velocidad de propagación de las ondas acústicas en el agua. A la vez también medimos la amplitud de pico del impulso recibido observando cómo decrece con la distancia.

- En una segunda fase disponemos en el fondo de este mismo tanque una capa de arena de 20 cm de espesor controlando que no queden burbujas de aire ocluido en los poros. Para ello partiendo del tanque con agua comenzamos a añadir muy lentamente pequeñas cantidades de arena de forma que vaya sedimentándose en el fondo; es necesario además, remover la arena. Tanto la lentitud del proceso de sedimentación como la mezcla de la arena es fundamental para configurar un fondo sedimentario saturado exclusivamente por agua, al ir desapareciendo todas las posibles burbujas de aire.

En este fondo repetimos la experiencia manteniendo fijo el emisor y acercando el hidrófono receptor, encontrándose ambos enterrados en el sedimento de arena a media profundidad.

Medimos el tiempo que tarda en llegar el impulso acústico que se propaga por el sedimento, controlando al mismo tiempo su amplitud. A diferencia del caso anterior (propagación de las ondas acústicas en el agua) donde observábamos que el impulso no se deformaba sino que solo modificaba su amplitud, ahora comprobamos que además cambia de forma debido a que la absorción en la arena es función de la frecuencia.

Para medir esta absorción en función de la frecuencia hemos obtenido la densidad espectral del impulso recibido mediante su FFT, comparando los niveles espectrales a cada frecuencia en función de la distancia recorrida por las ondas en la arena.

- Por último y una vez conocidos los valores de la velocidad y absorción en el agua y en el sedimento saturado de agua (sedimento de Biot), procedemos a medir cómo varían estas dos magnitudes con el contenido de aire en un sedimento de arena con poros ocupados completamente por aire y agua.

Partiendo del fondo saturado de agua es posible conseguir otro fondo sedimentario cuyos poros estén saturados de aire. Para ello lo que hacemos experimentalmente es drenar el sedimento mediante una llave de paso dispuesta en el fondo del tanque, de manera que si la mantenemos abierta, escapará lentamente el agua atrapada en los poros saturando inmediatamente el espacio de aire.

Este proceso de eliminación de agua es muy lento y esto nos permite medir las características del fondo para distintos porcentajes de humedad en el sedimento, hasta obtener finalmente un medio poroso saturado exclusivamente de aire.

Para realizar las medidas utilizamos los mismos transductores pero separados una distancia fija y ubicados en un recipiente cilíndrico de menores dimensiones (27 cm de diámetro y 45 cm de alto), según se ha representado en la Figura 4.1.b, el cual va colocado sobre el plato de una báscula de 60 Kg de carga máxima con precisión de 10 g. Procedemos también a medir el tiempo y estructura del impulso acústico que llega al hidrófono receptor.

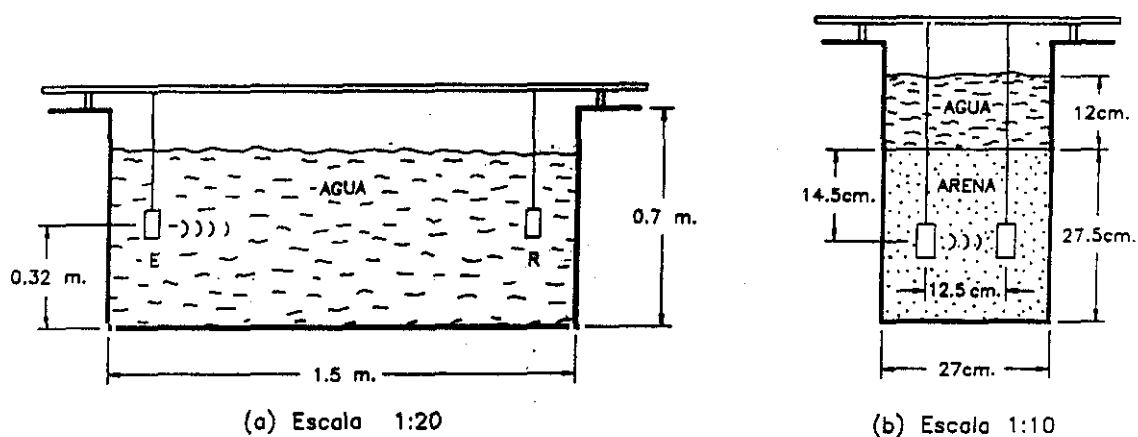


Figura 4.1.- Modelos de fondos marinos; (a) Agua dulce; (b) Fondo arenoso.

4.2.- PROPIEDADES DEL SEDIMENTO POROSO

Como ya hemos mencionado a lo largo de esta tesis, el sedimento poroso en estudio está conformado por granos de arena y poros que contienen pro-

porciones distintas de agua y aire. Obtenemos los parámetros más importantes de ambos constituyentes necesarios para la deducción de las características acústicas del sedimento de forma experimental.

Los granos de arena configuran la parte sólida del sedimento y es necesario conocer su densidad (ρ_s) y el tamaño de los mismos. Así mismo, como el fluido que llena los poros es una mezcla de agua y aire, es preciso caracterizar en todo momento los porcentajes presentes (β_1) de ambos fluidos. Por último, es necesario conocer además, el volumen que ocupa el fluido en relación al volumen total del sedimento, parámetro conocido como porosidad (β).

Densidad de los fluidos

No ha sido necesario medir las densidades de los fluidos presentes en los poros pues existe suficiente información en la extensa bibliografía dedicada al estudio de fluidos.

Dado que todas las experiencias se han realizado en condiciones normales de presión y temperatura hemos adoptado a lo largo de todo el trabajo los siguientes valores constantes para las densidades:

DENSIDAD DEL AGUA: (ρ_1): 1000 Kg/m^3

DENSIDAD DEL AIRE: (ρ_g): 1.21 Kg/m^3

Los márgenes de variación posibles de estas densidades no afectan sustancialmente los valores de la velocidad de propagación y absorción obtenidos.

Densidad de los granos de arena (ρ_s) y porosidad del sedimento (β)

Según la ecuación (1.2.18) definimos la densidad total del agregado como:

$$\rho = (1-\beta)\rho_s + \beta\rho_f$$

$$\rho_f = \beta_1\rho_1 + (1-\beta_1)\rho_g$$

- Cuando $\beta_1 = 0$, significa que los poros están saturados de aire exclusivamente, con lo cual la densidad total del agregado resulta:

$$\rho = (1-\beta)\rho_s + \beta\rho_g \quad (4.2.1)$$

- Cuando $\beta_1 = 1$, los poros se encuentran completamente saturados de agua (sedimento de Biot) y entonces tendremos:

$$\rho = (1-\beta)\rho_s + \beta\rho_1 \quad (4.2.2)$$

La combinación adecuada de las expresiones (4.2.1) y (4.2.2) nos per-

mite deducir por un lado la densidad de los granos de arena (ρ_s) y por otro la porosidad del sedimento (β).

Conocida la densidad total (ρ) y el volumen (V) ocupado por el sedimento podemos obtener β y ρ_s mediante el siguiente procedimiento gracias a que controlamos en todo momento el peso de la muestra:

- Formamos el sedimento de Biot y anotamos su peso, que genéricamente lo denominamos P_B . La densidad viene dada entonces por la ecuación (4.2.2), y tendremos:

$$P_B = V(1-\beta)\rho_s + V\beta\rho_1 \quad (4.2.3)$$

- A continuación drenamos el sedimento de manera que vaya escapando el agua hasta conseguir eliminarla completamente de los poros. Anotamos entonces el peso de la muestra, que definimos como P_g . Ahora la densidad del agregado viene dada por la ecuación (4.2.1); como el volumen V seguirá siendo el mismo que en el sedimento de Biot, tendremos:

$$P_g = V(1-\beta)\rho_s + V\beta\rho_g \quad (4.2.4)$$

Operando con las ecuaciones (4.2.3) y (4.2.4) obtenemos:

$$\beta = \frac{P_B - P_g}{V(\rho_1 - \rho_g)} \quad (4.2.5)$$

$$\rho_s = \frac{P_B - V\beta\rho_1}{V(1-\beta)}$$

Los valores que hemos encontrado para estos parámetros aplicando las expresiones (4.2.5) son:

POROSIDAD DEL SEDIMENTO: (β): $0.3 \pm 3\%$

DENSIDAD DE ARENA: (ρ_s): $2500 \text{ Kg/m}^3 \pm 4\%$

Tamaño de los granos

Con el fin de conocer el tamaño de los granos se extrajo una muestra de sedimento, y después de haber estado 24 horas en un horno a 105°C para obtener la muestra completamente seca, se procedió a estudiar la distribución del tamaño de los granos.

Las técnicas granulométricas⁽²⁸⁾ permiten un análisis del tamaño de grano mediante dos métodos diferentes: por tamizado de los granos cuando el tamaño es superior a 100 micras y por sedimentación para granos más finos.

Tomando como muestra unidad un peso de 236.2 g de arena, se procedió a tamizarla a través de una columna de 6 tamices colocados en serie, con diámetros de las redes (en milímetros) de: 1.25, 1.0, 0.8, 0.6, 0.4 y 0.25. La distribución encontrada está representada en la Figura 4.2.

Podemos observar que el 52% de los granos de arena están comprendidos entre los 0.4 y 0.25mm de diámetro medio; solo un 17% tienen un diámetro menor de 0.25mm, y entre 0.4 y 0.8 hay un 30% de granos. Granos con diámetros mayores de 0.8mm apenas se encuentran en nuestro sedimento.

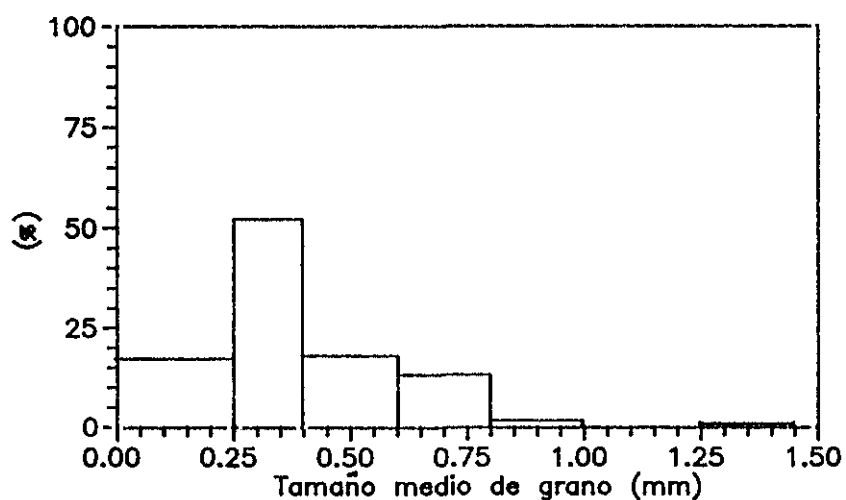


Figura 4.2.- Distribución del tamaño de granos en el sedimento.

4.3.- MEDIDAS EN EL AGUA

4.3.1.- VELOCIDAD

En el modelo creado con agua exclusivamente se han realizado un total de 65 mediciones del tiempo que tarda la señal acústica en recorrer una distancia fijada en cada medida y cuyos valores están comprendidos entre 17 y 77 cm para una frecuencia fija de 100 KHz.

Las medidas experimentales se han repetido a distintas frecuencias observándose que prácticamente no existen diferencias sustanciales.

La señal radiada en esta experiencia está recogida en la Figura 4.3.

En la parte (a) se representa el impulso eléctrico emitido, cuya longitud es de $62 \mu\text{s}$ y tiene una amplitud de pico a pico de 30.6 V . La señal acústica (b) aparece en un tiempo posterior y podemos diferenciar claramente la señal directa que llega al hidrófono del resto de los ecos. El tiempo de duración de esta señal es de 1.023 ms y llega al hidrófono retardada respecto del impulso eléctrico $54 \mu\text{s}$. La amplitud de la señal directa es de 12.80 V que corresponden a una presión de 1.28 Pa .

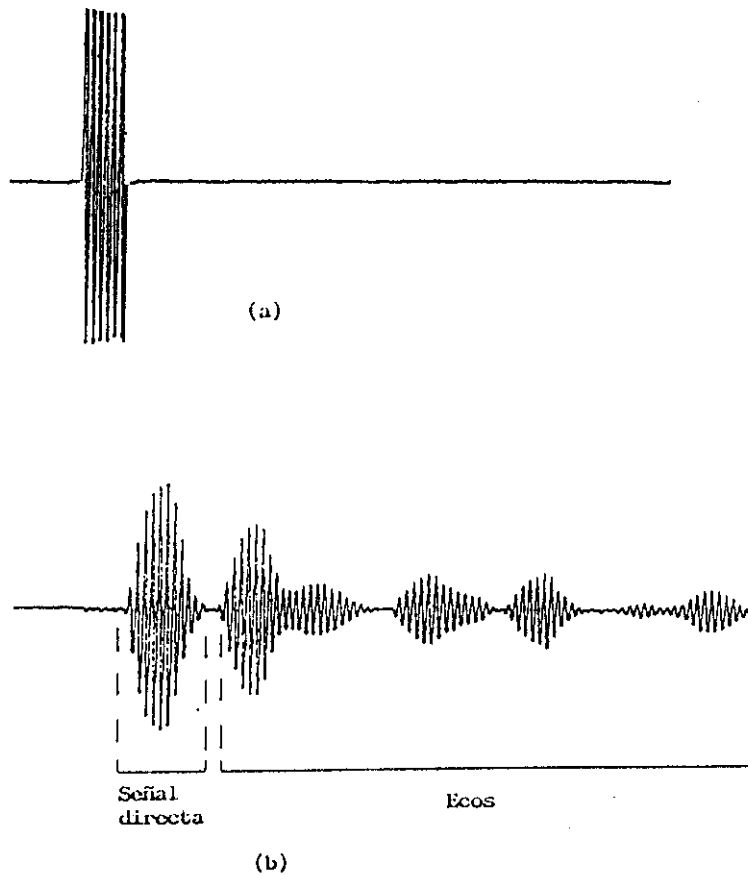


Figura 4.3.- (a) Impulso eléctrico emitido; (b) Señal transmitida.

Las medidas del tiempo de llegada de la señal directa para distintas posiciones del hidrófono vienen representadas en la Figura 4.4, donde el tiempo (t) se expresa en microsegundos y la distancia (r) en centímetros.

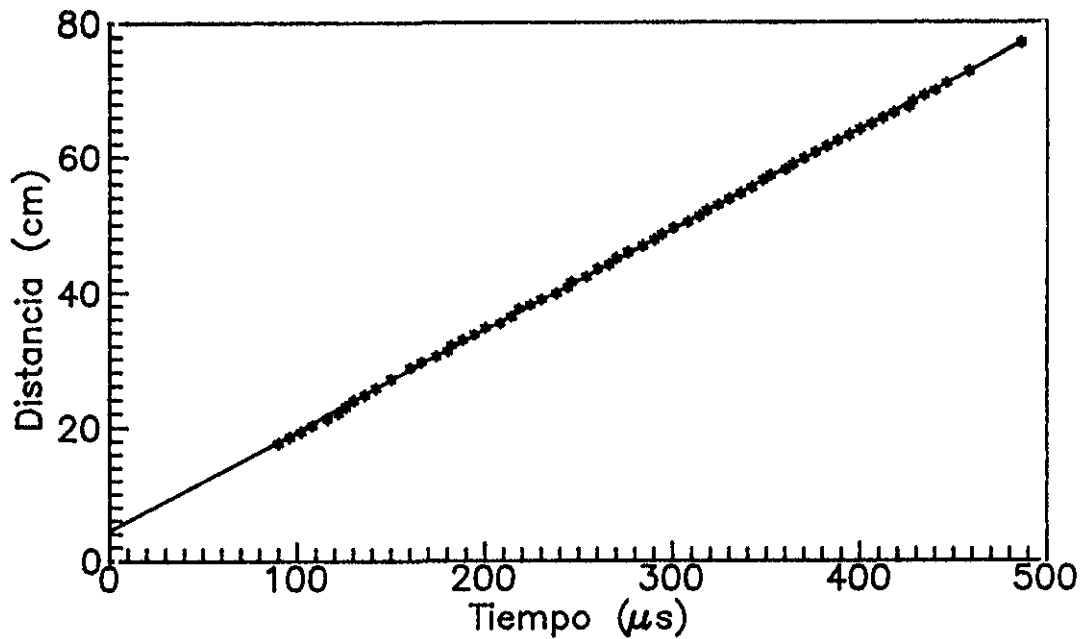


Figura 4.4.- Variación del tiempo de llegada de la señal acústica con la distancia en el agua.

La recta teórica ajustada a todos los valores medidos es:

$$r = 0.149482t + 4.45$$

con un factor de correlación de 0.99

Así pues, la pendiente de la recta nos da el valor de la velocidad de propagación en el agua de:

VELOCIDAD EN EL AGUA: 1495 m/s \pm 8%

4.3.2.- ATENUACION

Al estudiar la propagación de ondas acústicas a través del agua observamos que al alejar el hidrófono de la fuente la amplitud de la señal va disminuyendo existiendo por tanto algún tipo de atenuación. Como la propagación de estas ondas es esférica, tendremos que hacer uso de la ecuación (3.3.8) para calcular la atenuación producida en el agua.

El agua es un medio que presenta muy baja absorción a las ondas acústicas y según los valores aceptados en la bibliografía⁽⁵¹⁾, dentro del margen de frecuencias donde estamos trabajando (30KHz-100KHz), la absorción varía entre 10^{-3} dB/m y 10^{-2} dB/m.

Las medidas realizadas en el tanque de nuestro laboratorio (7.5x4.4x4.5m) no permiten determinar la absorción en el agua, ya que la precisión obtenida es del orden de ± 0.2 dB/m. Unas medidas fiables requerirían las mediciones a distancias del orden de Kilómetros. No obstante hemos creído conveniente presentar las medidas realizadas en nuestro tanque del laboratorio de Hidroacústica hasta distancias limitadas a 3 metros, para así poder mostrar el procedimiento de medida y el error cometido.

En la realización de esta experiencia se tomaron 18 mediciones variando la distancia que separa emisor y receptor entre 1m y 3m, digitalizando

la señal en cada posición y determinando además el tiempo de llegada que, junto con la velocidad obtenida anteriormente, nos da la distancia recorrida por las ondas en el agua.

La Transformada de Fourier nos permite obtener la densidad espectral en frecuencias de la señal transmitida en el agua. Fijándonos en la frecuencia de máximo nivel (100 KHz) hemos obtenido los niveles de presión acústica ($20\log(P)$) a cada distancia r .

En la Figura 4.5 podemos observar el resultado de las medidas. En esta gráfica hemos representado la ecuación (3.3.8), donde en el eje de ordenadas se expresa el término $20\log(Pr)$ y en el eje de abscisas la distancia, r , en metros.

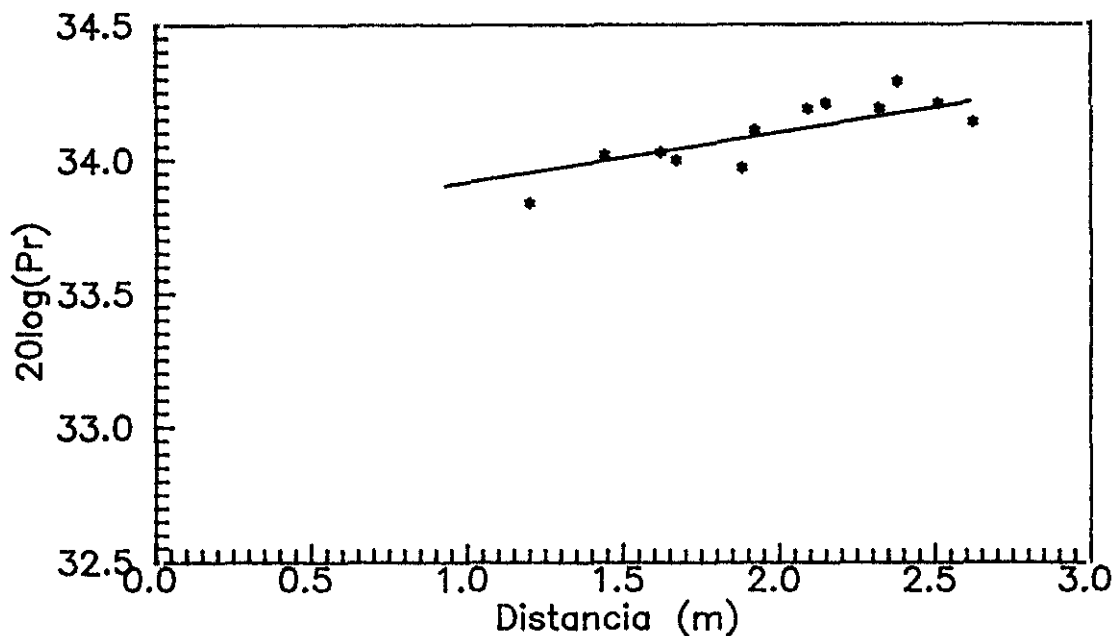


Figura 4.5.- Atenuación de las ondas acústicas en el agua con la distancia.

De la recta teórica obtenida extraemos información de su pendiente que nos expresaría el coeficiente de absorción en el agua:

$$20\log(\text{Pr}) = 0.185r + 33.73$$

$$a = 0.19 \text{ dB/m}$$

Esta absorción que obtenemos es muy superior a la encontrada en la bibliografía, lo que nos indica que es el margen de error de nuestras medidas; que si bien no permiten determinar la absorción en el agua, sí nos permitirá obtenerla en los restantes sedimentos, ya que entonces la absorción es muy superior a este margen de error.

La forma de la señal transmitida en el agua está recogida en la Figura 4.6.a), donde el tiempo que tarda la señal en llegar al hidrófono desde el proyector es de 1.55 ms.

La transformada de Fourier de esta señal está recogida en la Figura 4.6.b). El nivel de ruido está definido en los -20 dB. Esta señal tiene energía en la banda de frecuencias de 70 KHz hasta los 130 KHz y aparece un nivel máximo de 27 dB a la frecuencia de 100 KHz, frecuencia que corresponde a la de resonancia del emisor. Por debajo de los 100 KHz el nivel de señal va disminuyendo hasta llegar al nivel de ruido.

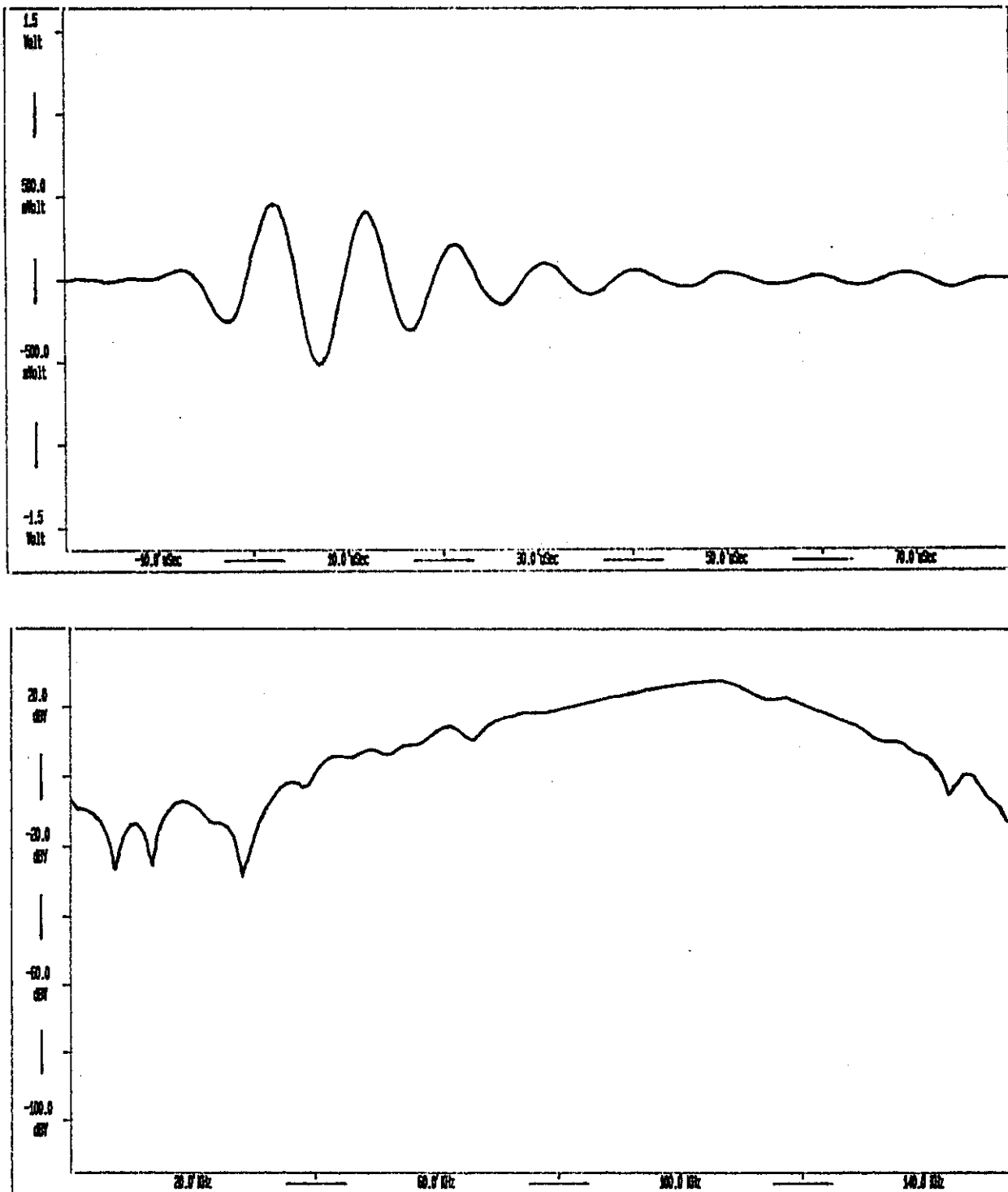


Figura 4.6.- (a) Señal transmitida en el agua; (b) Transformada de Fourier.

4.4.- MEDIDAS EN EL SEDIMENTO DE BIOT

4.4.1.- VELOCIDAD

En el mismo tanque de la experiencia anterior se ha creado un sedimento de Biot enterrando los transductores enfrentados a una misma profundidad fija. Manteniendo el emisor siempre en la misma posición se ha variado la situación del hidrófono entre los 7.5 y 53 cm de separación, recogiendo un total de trece medidas a la frecuencia de 100 KHz.

En cada medida registramos la señal transmitida; de esta manera controlamos en todo momento el tiempo que tarda la onda acústica en recorrer a través de la arena la distancia que separa emisor y receptor, con lo que podemos deducir la velocidad de las ondas en el sedimento.

En la Figura 4.7 se representan las medidas del tiempo de llegada de la señal acústica para distintas posiciones del hidrófono, donde el tiempo (t) se expresa en microsegundos y la distancia (r) en centímetros.

Todos los valores medidos se ajustan a la siguiente recta:

$$r = 0.16977t + 0.46$$

con un factor de correlación de 0.99

Al igual que en la experiencia anterior, la pendiente de la recta nos da la velocidad de propagación en el sedimento de Biot para una frecuencia de 100 KHz:

VELOCIDAD EN EL SEDIMENTO DE BIOT: 1698 m/s \pm 11%

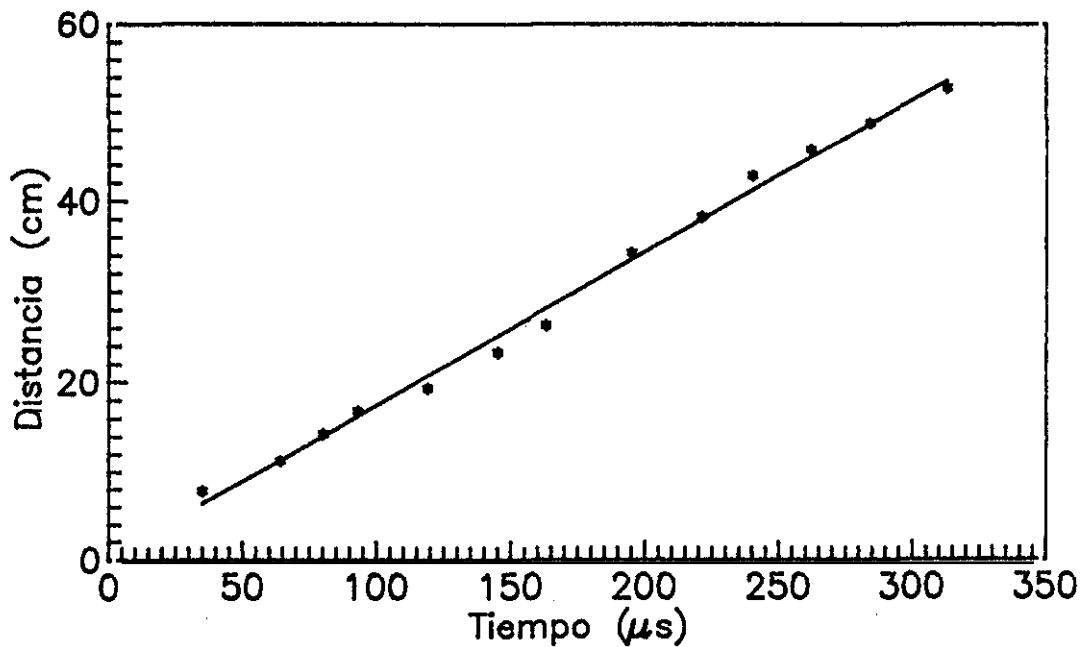


Figura 4.7.- Variación del tiempo de llegada de la señal acústica con la distancia en un sedimento de Biot.

4.4.2- ABSORCION

Con el fin de obtener la absorción, a_B , en el sedimento de Biot, calculamos la Transformada de Fourier (FFT) de la señal transmitida, de esta manera tenemos el nivel espectral en frecuencias de la señal para cada distancia particular.

Leyendo el nivel espectral de la señal para una frecuencia fija en cada uno de los espectros recogidos para las diferentes distancias entre los transductores, encontramos una relación lineal de la cual podemos deducir la absorción para dicha frecuencia. La relación lineal (obtenida anterior-

mente) es:

$$20 \log(P_B) + 20 \log(r) = \text{Cte} - a_B r$$

La pendiente de estas rectas nos permite obtener la absorción a_B (en dB/m) para todas las frecuencias. Los valores deducidos experimentalmente están representados en la Figura 4.8. La línea continua representa la curva teórica obtenida a partir de la teoría generalizada de Biot. Podemos observar el comportamiento análogo teórico y experimentalmente. Según la teoría, la absorción varía de forma diferente para bajas y altas frecuencias; así en el rango de bajas frecuencias la absorción varía con el cuadrado de la frecuencia, mientras que en el rango de altas frecuencias su variación es del tipo $f^{1/2}$.

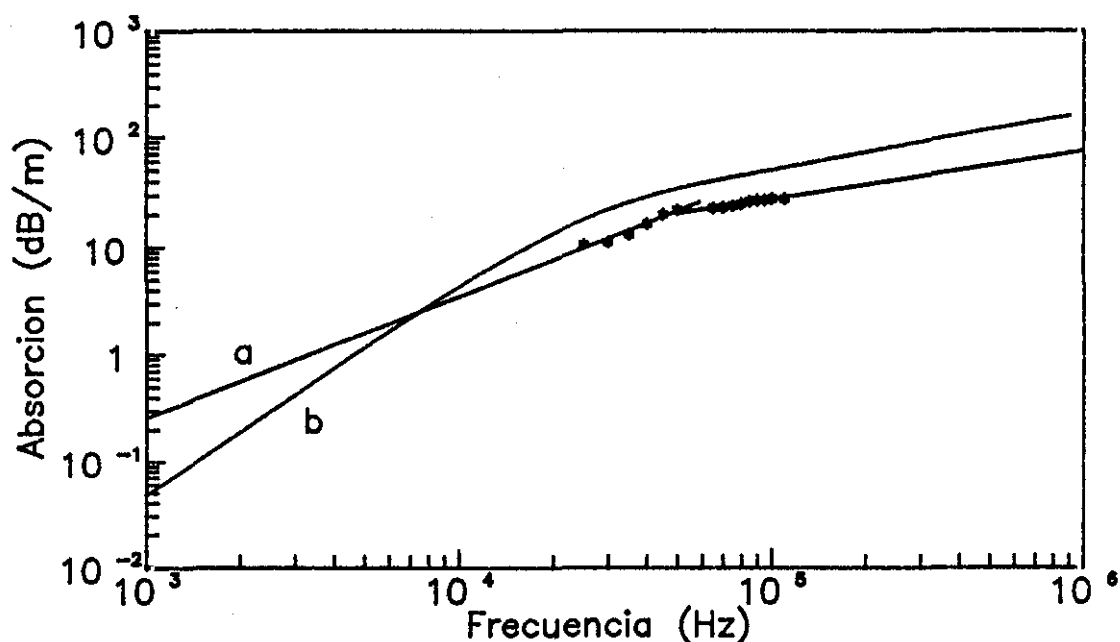


Figura 4.8.- Absorción en función de la frecuencia en un sedimento de Biot. (a) Valores experimentales; (b) Curva teórica.

Las medidas experimentales se encuentran en el intervalo de 30 KHz a 120 KHz, y según se aprecia en la gráfica corresponde a la región de paso de bajas a altas frecuencias; de ahí que hayamos representado estos valores con dos pendientes distintas.

Las pendientes obtenidas experimentalmente se ajustan a los siguientes valores:

$$\text{BAJAS FRECUENCIAS: } a(\text{dB/m}) = 10^{-4} f^{1.13}$$

$$\text{ALTAS FRECUENCIAS: } a(\text{dB/m}) = 0.2 f^{0.43}$$

No siguen exactamente las leyes teóricas de f^2 y $f^{1/2}$ pero ello se debe a que el intervalo de frecuencias es muy restringido y por tanto la densidad de puntos es pequeña. Además, en los planteamientos teóricos se trabaja con un sedimento idealizado donde los granos son perfectamente esféricos, circunstancia que no se cumple en el modelo experimental, pues en realidad existe una distribución de granos de diversos tamaños.

Un dato interesante que deducimos en esta gráfica es el valor de la permeabilidad (χ) en nuestro sedimento. Comparando la curva teórica con la experimental llegamos a encontrar un valor del orden de 10^{-12} m^2 . Podemos asegurar que es de este orden de magnitud pues la curva teórica representada se ha obtenido con todas las características medidas en nuestro sedimento, y al variar los distintos parámetros que no podemos controlar experimentalmente se encontró que la mayor dispersión de la familia de curvas obtenidas correspondía al parámetro de la permeabilidad. Para otros rangos de valores las curvas teóricas se alejaban sustancialmente de los datos experimentales.

4.5.- MEDIDAS EN EL SEDIMENTO SATURADO DE UNA MEZCLA DE AGUA Y AIRE

Una vez creado el fondo sedimentario y posicionados los transductores como se ha explicado anteriormente, es necesario dejarlo reposar con el fin de conseguir su compactación.

Es interesante señalar que encontramos grandes diferencias en tiempo de llegada y amplitud de la señal cuando las medidas se realizan inmediatamente (suelo sin compactar) o al cabo de un cierto tiempo (compactación del suelo). Todos los datos recogidos se han tomado con el suelo compactado.

Las medidas que realizamos se centran en obtener el tiempo de llegada, amplitud y espectro en frecuencias de la señal que viaja desde el proyector al hidrófono (distancia que mantenemos fija), según varía el grado de humedad del sedimento, el cual conseguimos controlarlo en cada medida merced a que el tanque hidroacústico está colocado sobre una báscula de manera que nos permite conocer en todo momento el peso de la muestra.

Para conseguir distintos grados de humedad en el sedimento, partimos de una capa de arena de 27.5 cm de espesor, quedando en la parte superior del tanque una capa de agua de 12 cm (Figura 4.1.b) y esperando 48 horas para comenzar las mediciones a fin de conseguir la compactación de la muestra.

Con este punto de partida el método a seguir es drenar el sedimento de manera que el agua vaya escapando lentamente. Para nuestro modelo el proceso de drenaje resultó demasiado lento debido fundamentalmente a la poca permeabilidad del sedimento (del orden de 10^{-12} m^2) y en definitiva el agua fue desapareciendo por evaporación y no por drenaje. Como este procedimiento también resultaba lento, se hizo radiar sobre el tanque una fuente de calor, y aún así conseguir el sedimento sin presencia de agua llevó un total de unos 75 días.

Todas las señales medidas fueron procesadas con el fin de obtener sus espectros mediante la transformada de Fourier. La evolución de la señal transmitida a medida que entraba aire en el sedimento está recogida en el conjunto de gráficas numeradas como Figura 4.9 (I-XX), donde se ha representado la forma de la señal transmitida y su FFT a medida que varía el contenido de agua.

Controlando el peso de la muestra llegamos a deducir el contenido de agua medio ($\bar{\beta}_1$) existente en todo el volumen. Sin embargo, no es conveniente trabajar con este valor dado que no es uniforme en toda la muestra sino que la eliminación de agua sufre una evolución temporal desde las capas superiores propagándose gradualmente hacia el fondo.

En realidad nos interesa conocer el contenido de agua en la zona de medida, es decir, en el espacio donde están ubicados los transductores, que se encuentran a 14.5 cm de profundidad, ($\beta_1(14.5\text{cm})$) (ANEXO I).

Cuando $\bar{\beta}_1$ varía entre el 100% y el 76% en las Figuras 4.9(I-VI), el contenido de agua en la zona de medida sigue siendo del 100%; es decir, seguimos recogiendo medidas en un sedimento de Biot. Por esta razón tanto la forma de las señales como su FFT no difieren sustancialmente.

Se aprecia una disminución de la amplitud de la señal a partir de los registros de la Figura 4.9.VII, donde el contenido de agua medio en toda la arena corresponde a un 64%. Es en este momento cuando los poros en la zona de estudio comienzan a saturarse de aire.

Para contenidos de agua medios menores al 50% se obtiene un nivel de señal mucho menor y llega con un retardo mayor que en los casos anteriores. Es a partir de este momento cuando la arena empieza a actuar como un "filtro" dejando pasar solamente las componentes de baja frecuencia. En los re-

gistros (XIII-XX) apreciamos cómo va desapareciendo la componente de alta frecuencia y va incrementándose la de baja.

Para contenidos de agua medios inferiores al 45% solamente aparece señal de baja frecuencia (Figura 4.9.XVIII), llegando al hidrófono siempre con el mismo retraso y disminuyendo en amplitud ligeramente.

A partir de contenidos de agua en el sedimento del 33% (Figura 4.9.XX) las señales observadas no difieren en gran medida debido a que en la zona de estudio (14.5cm de profundidad) todos los poros se encuentran completamente saturados de aire, ($\beta_1(14.5)=0$), aunque no podemos hablar de un sedimento seco pues los granos de arena aún tardarán un tiempo en perder la humedad.

Al comparar las señales transmitidas en el sedimento con altos valores de $\bar{\beta}_1$ (80-90%) con la que se transmite a través del agua (Figura 4.6), el nivel de la señal resulta ser mayor en las primeras, y podría interpretarse que la señal acústica se atenúa más en el agua que en el sedimento arenoso; sin embargo este resultado encuentra su explicación en el hecho de que la señal, desde la superficie de la cerámica piezoeléctrica donde se genera la vibración y antes de transmitirse al medio en cuestión, debe recorrer el recubrimiento con que está protegido el emisor.

La diferencia de impedancias entre la envoltura y el medio transmisor es menor para el sedimento arenoso que para el agua; por eso existe una mejor adaptación de impedancias cuando la señal se transmite a través de la arena, observándose la señal con una amplitud mayor.

Por esta misma razón, para obtener la absorción del sedimento arenoso no comparamos su espectro con el del agua, lo cual parece más lógico dado que es un medio no absorbente, sino que tomamos como referencia el sedimento de Biot.

La forma de los impulsos acústicos transmitidos con la frecuencia a medida que se va secando el sedimento puede apreciarse mejor observando sus espectros. Para altos contenidos de agua la señal se transmite a la frecuencia de resonancia del emisor. Las componentes de alta frecuencia de la señal se mantienen en los primeros registros aunque también aparecen algunas componentes de baja frecuencia. Es a partir de porcentajes del 50% de agua cuando las componentes de baja frecuencia se hacen más evidentes, comenzando a disminuir las de alta, y llegando a desaparecer por completo con porcentajes de agua menores del 44%.

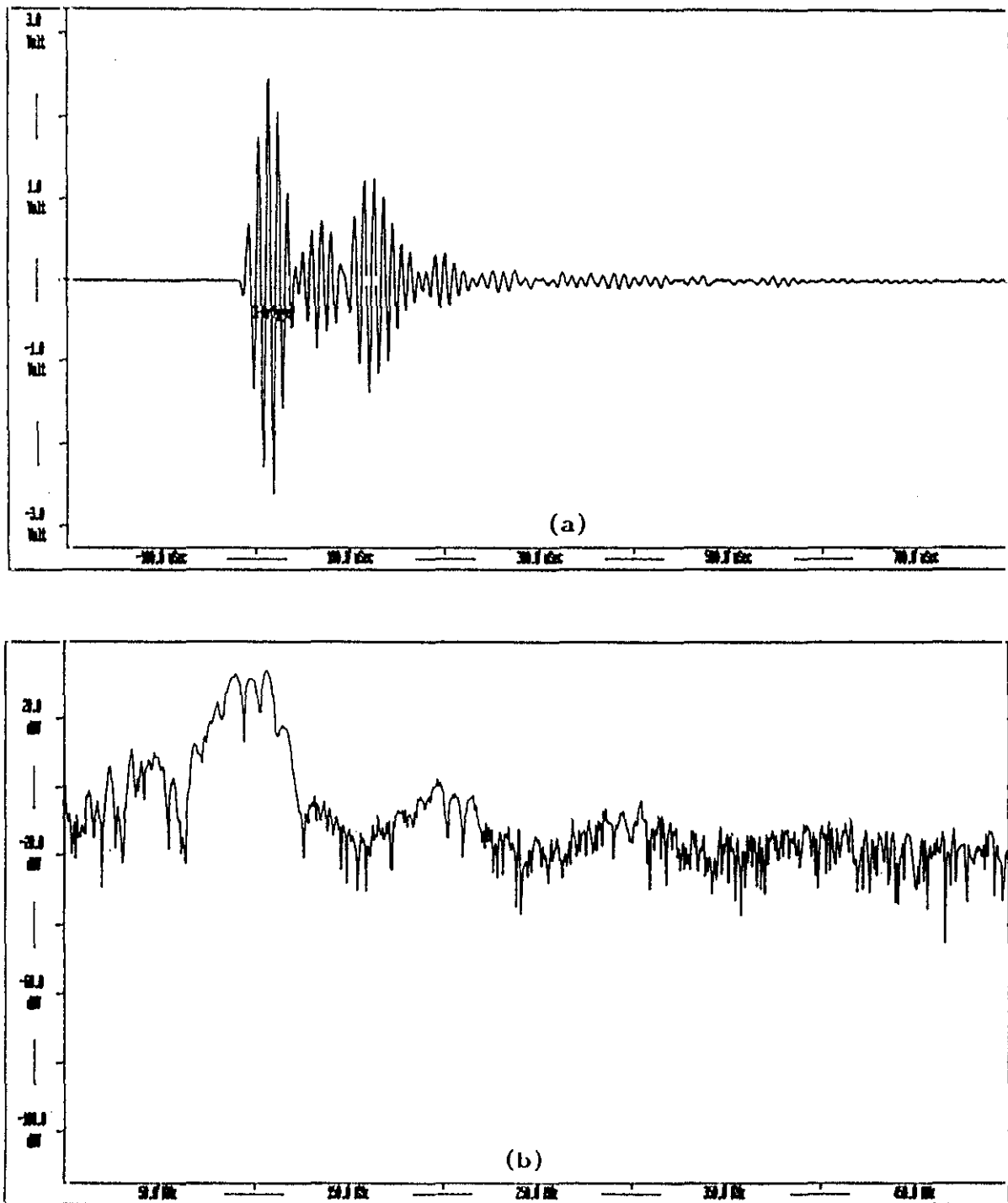


Figura 4.9.I.- Señal transmitida y su FFT para un sedimento con un contenido de agua medio del 100%. $\beta_1(14.5\text{cm}) = 1$.

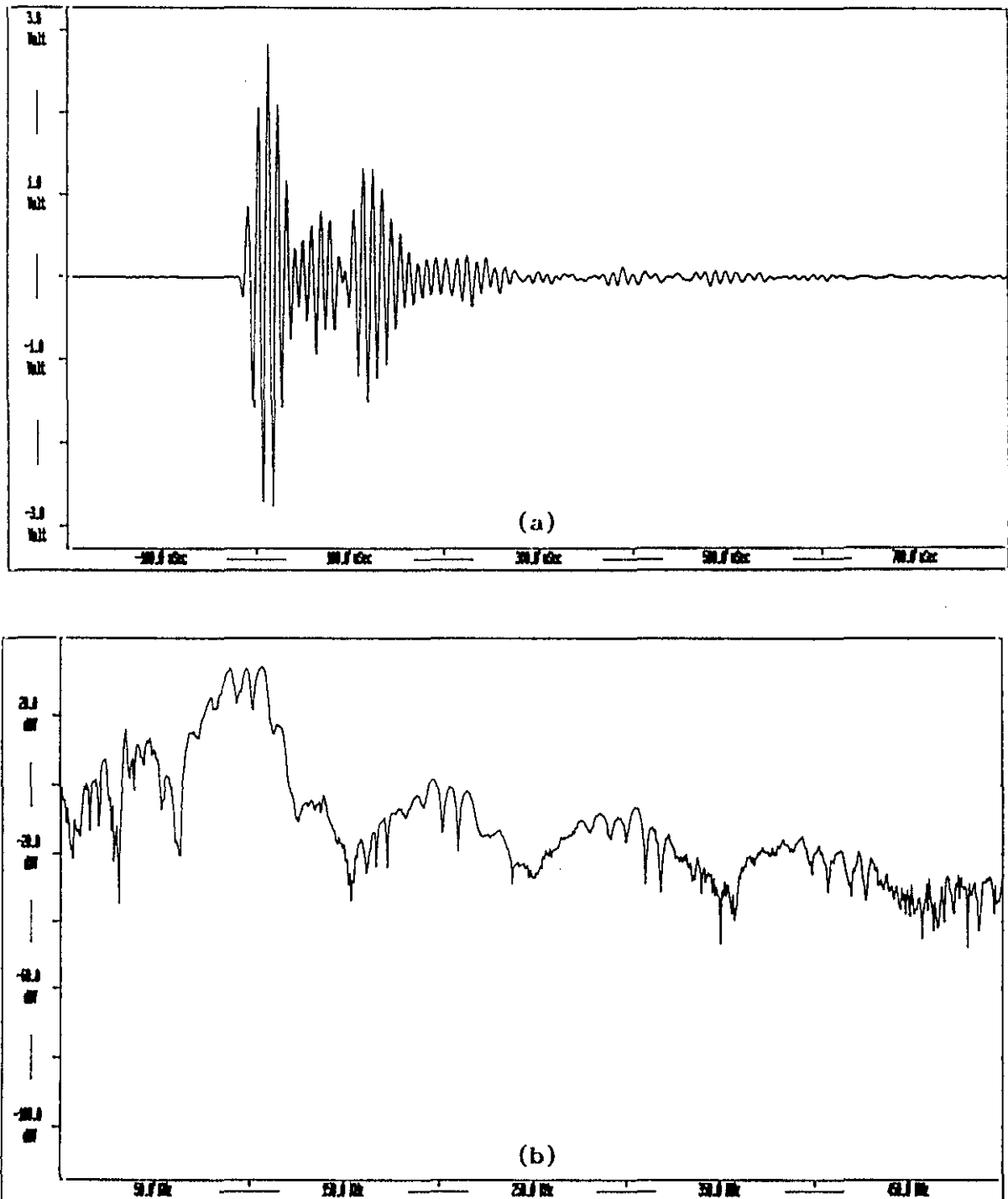


Figura 4.9.II.- Señal transmitida y su FFT para un sedimento con un contenido de agua medio del 97%. $\beta_1(14.5\text{cm}) = 1$.

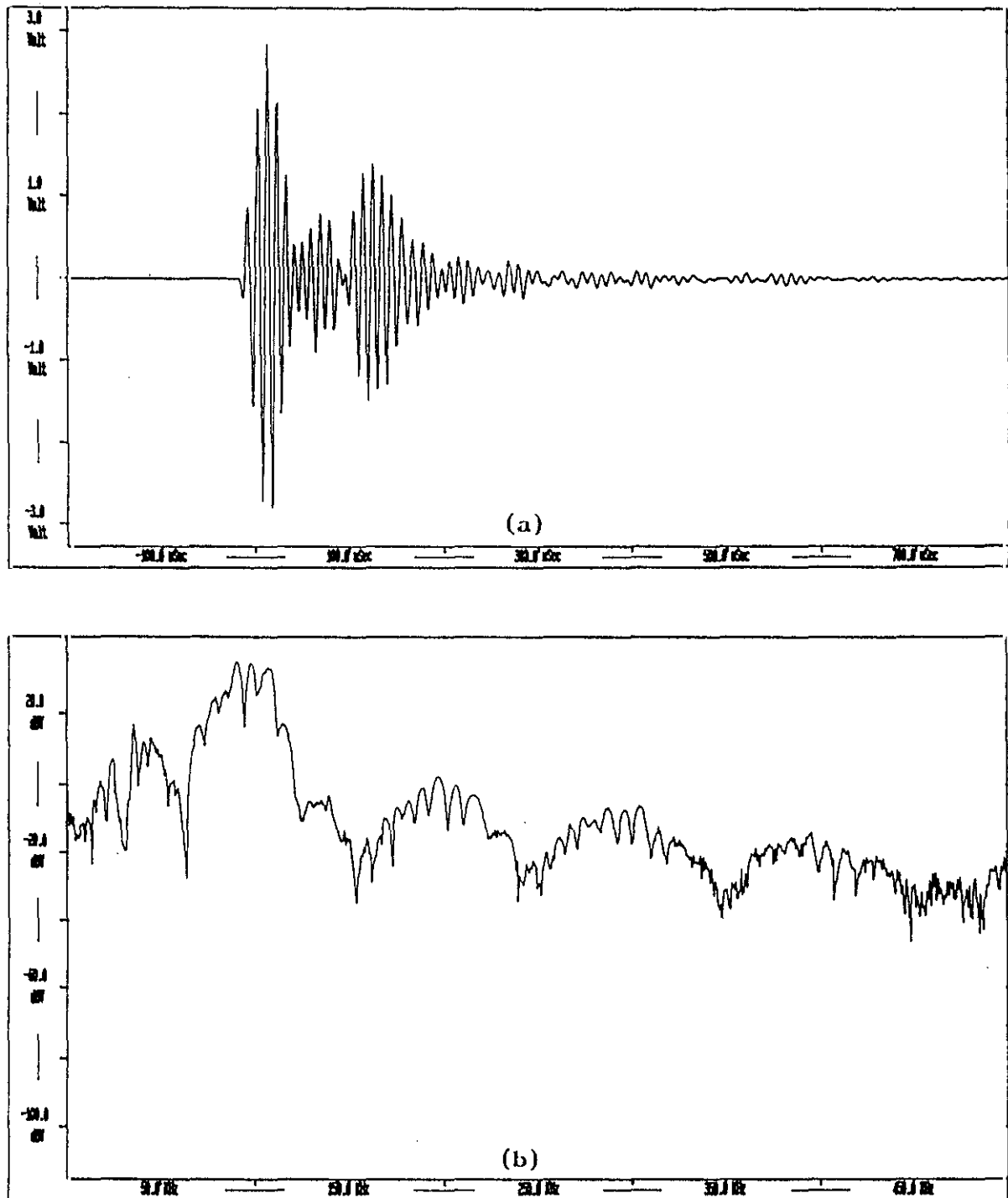


Figura 4.9.III.- Señal transmitida y su FFT para un sedimento con un contenido de agua medio del 94%. $\beta_1(14.5\text{cm}) = 1$.

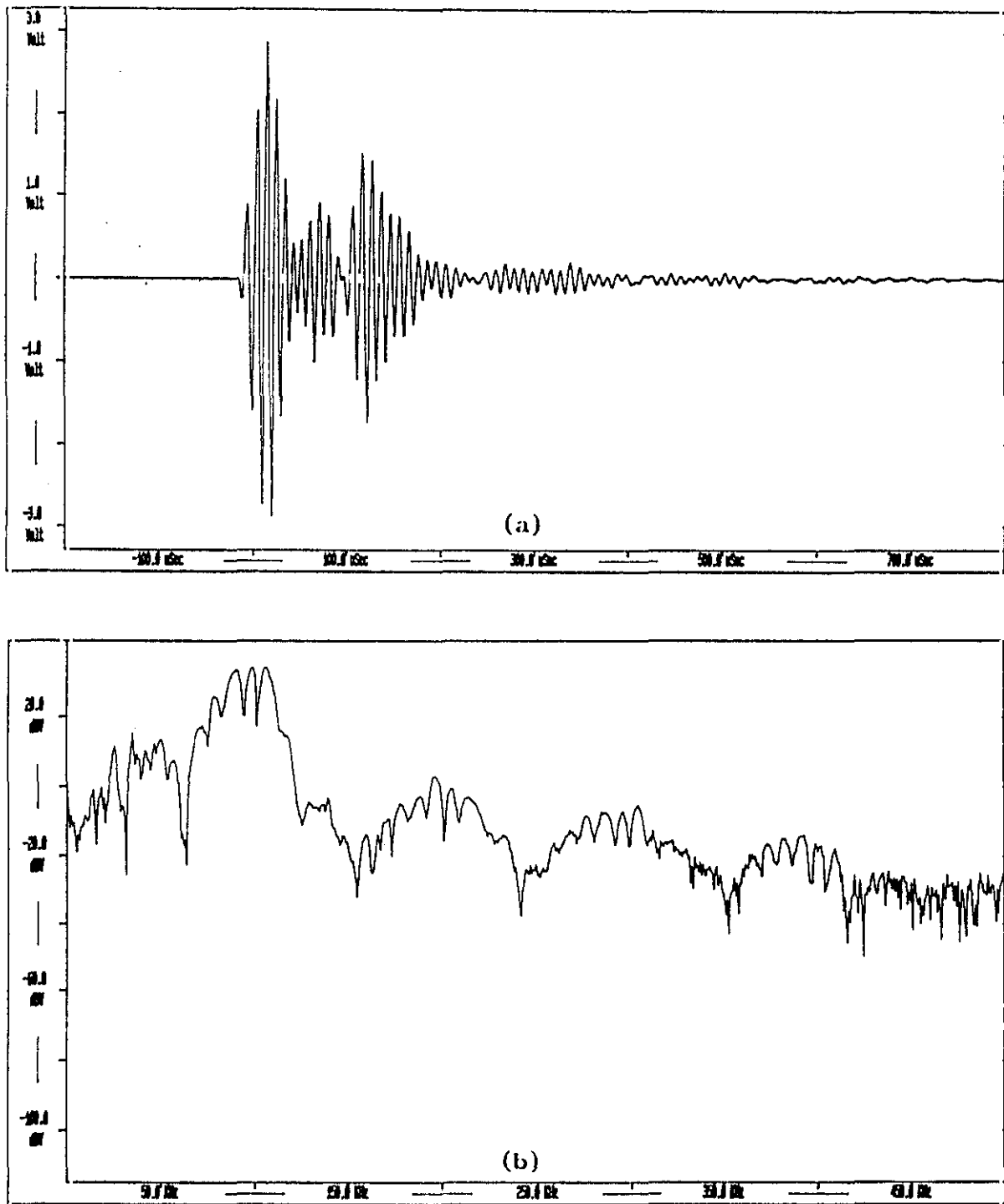


Figura 4.9.IV.- Señal transmitida y su FFT para un sedimento con un contenido de agua medio del 89%. $\beta_1(14.5\text{cm}) = 1$.

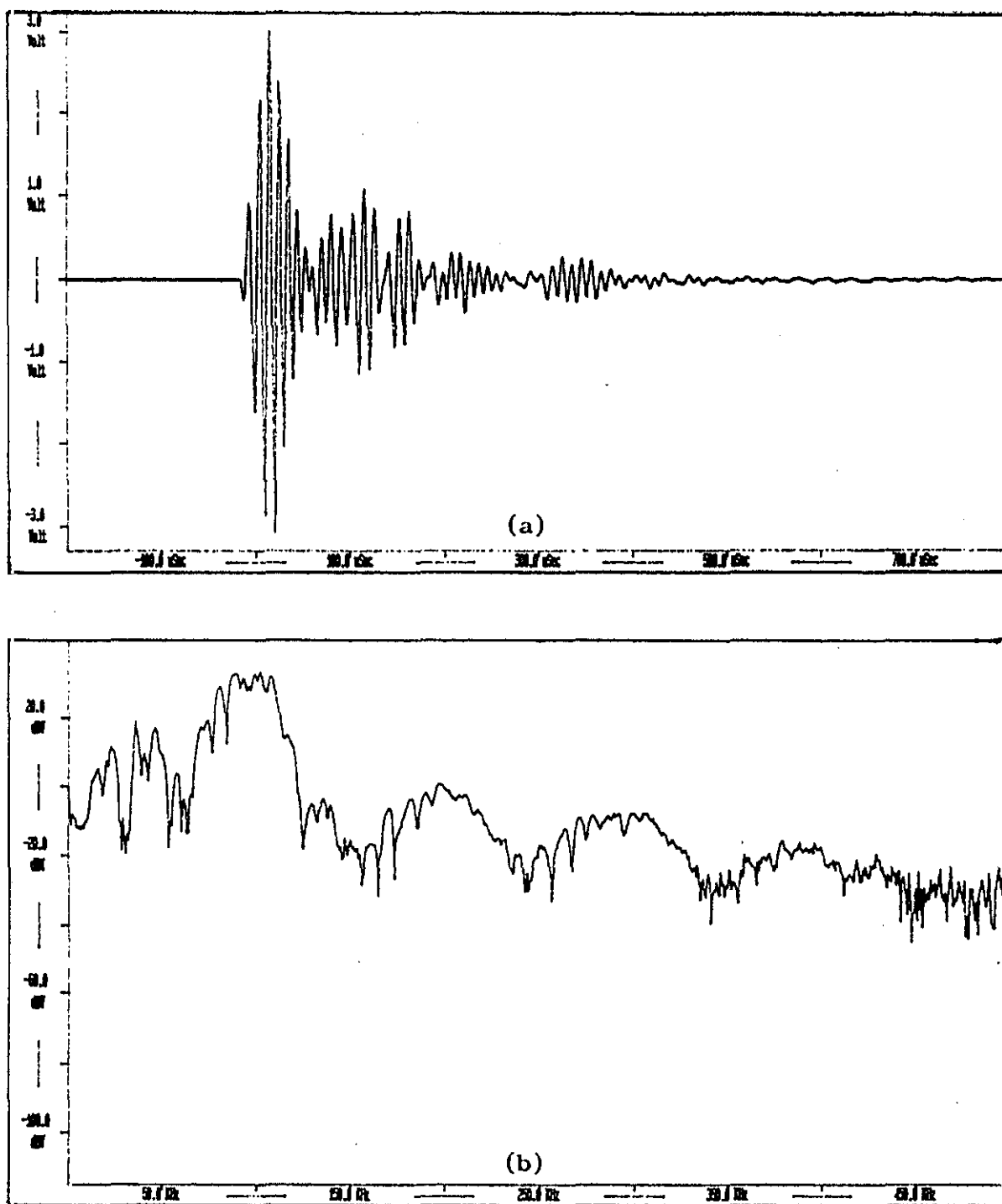


Figura 4.9.V.- Señal transmitida y su FFT para un sedimento con un contenido de agua medio del 78%. $\beta_1(14.5\text{cm}) = 1$.

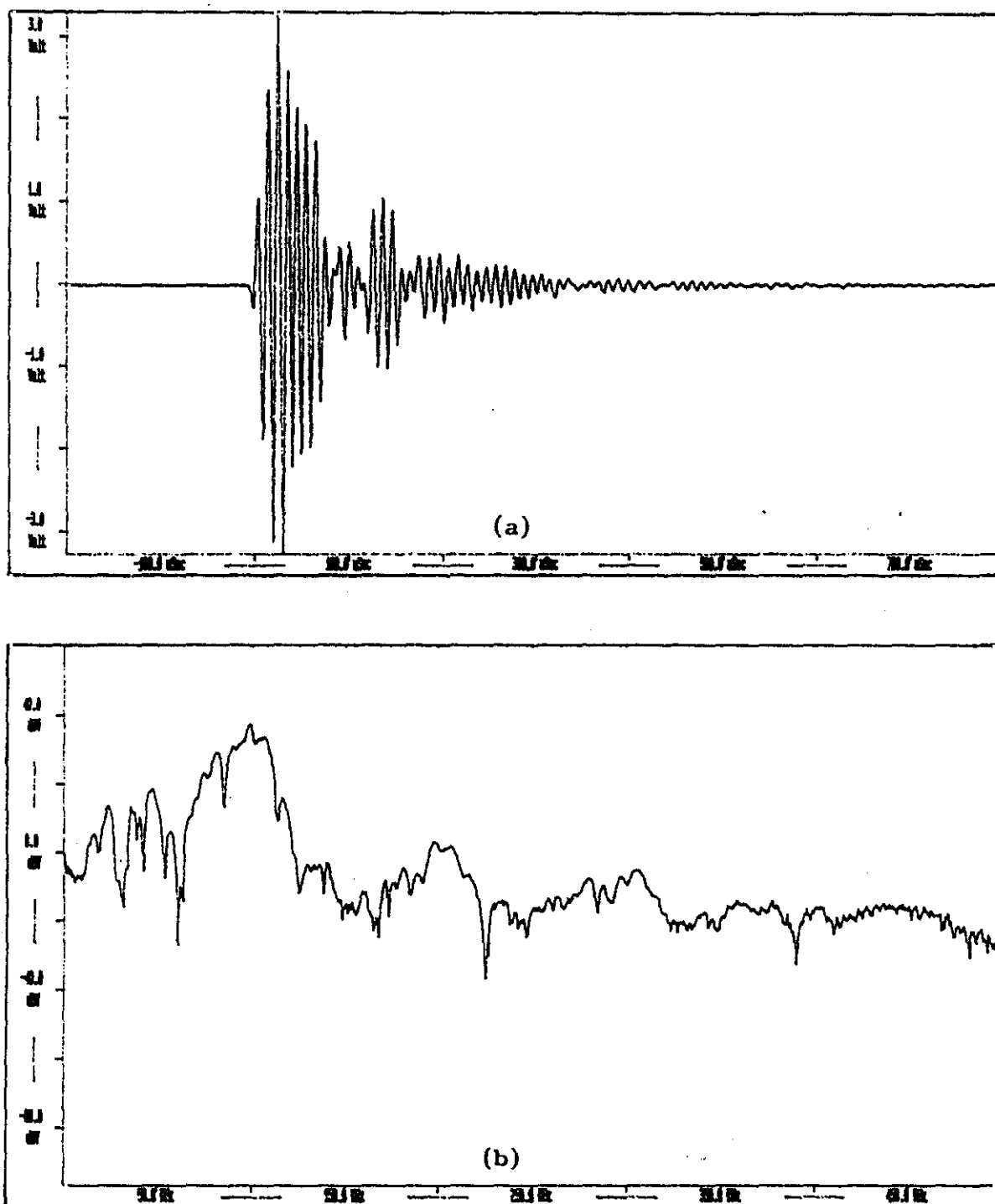


Figura 4.9.VI.- Señal transmitida y su FFT para un sedimento con un contenido de agua medio del 76%. $\beta_1(14.5\text{cm}) = 1$.

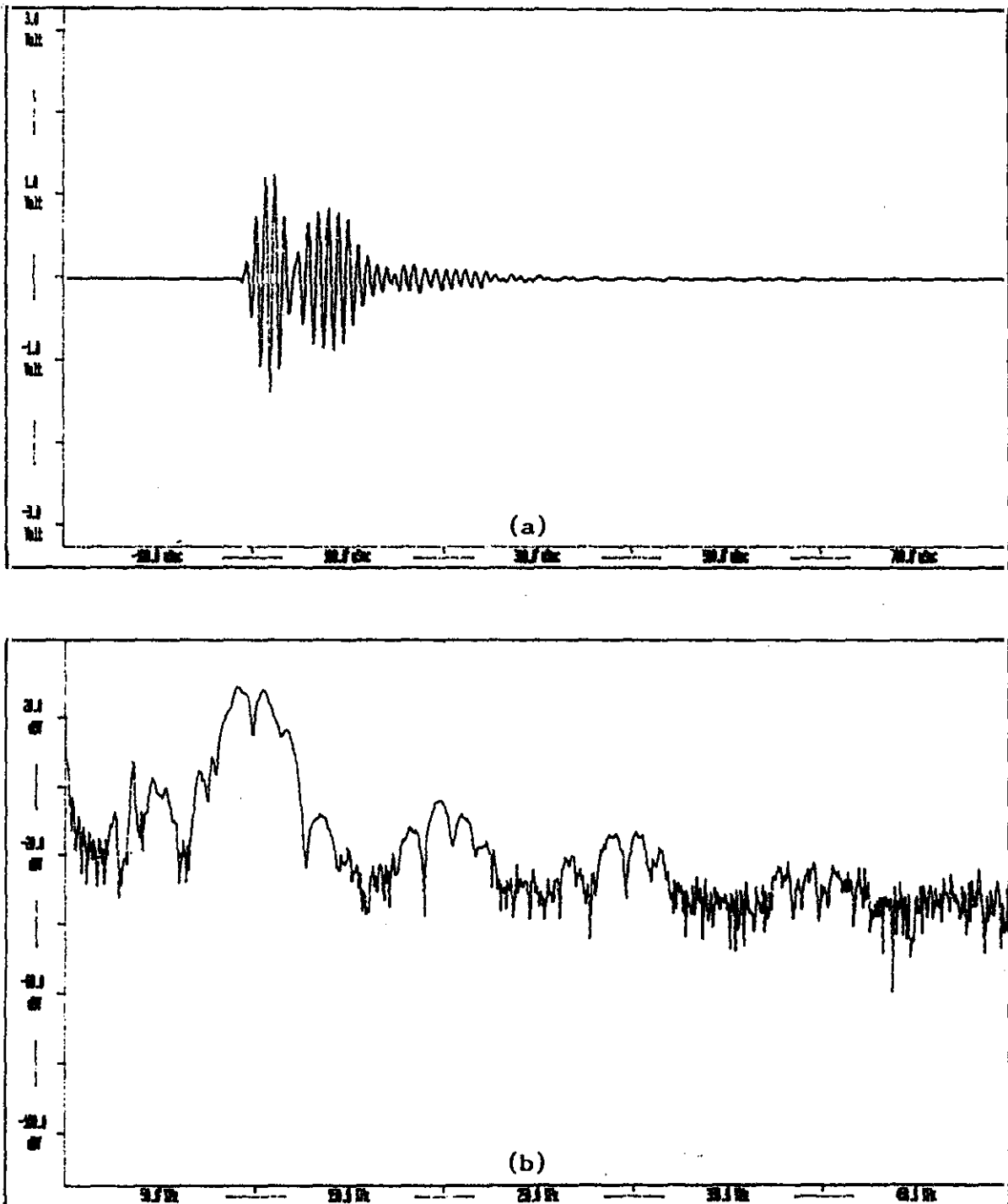


Figura 4.9.VII.- Señal transmitida y su FFT para un sedimento con un contenido de agua medio del 64%. $\beta_1(14.5\text{cm}) = 0.84$.

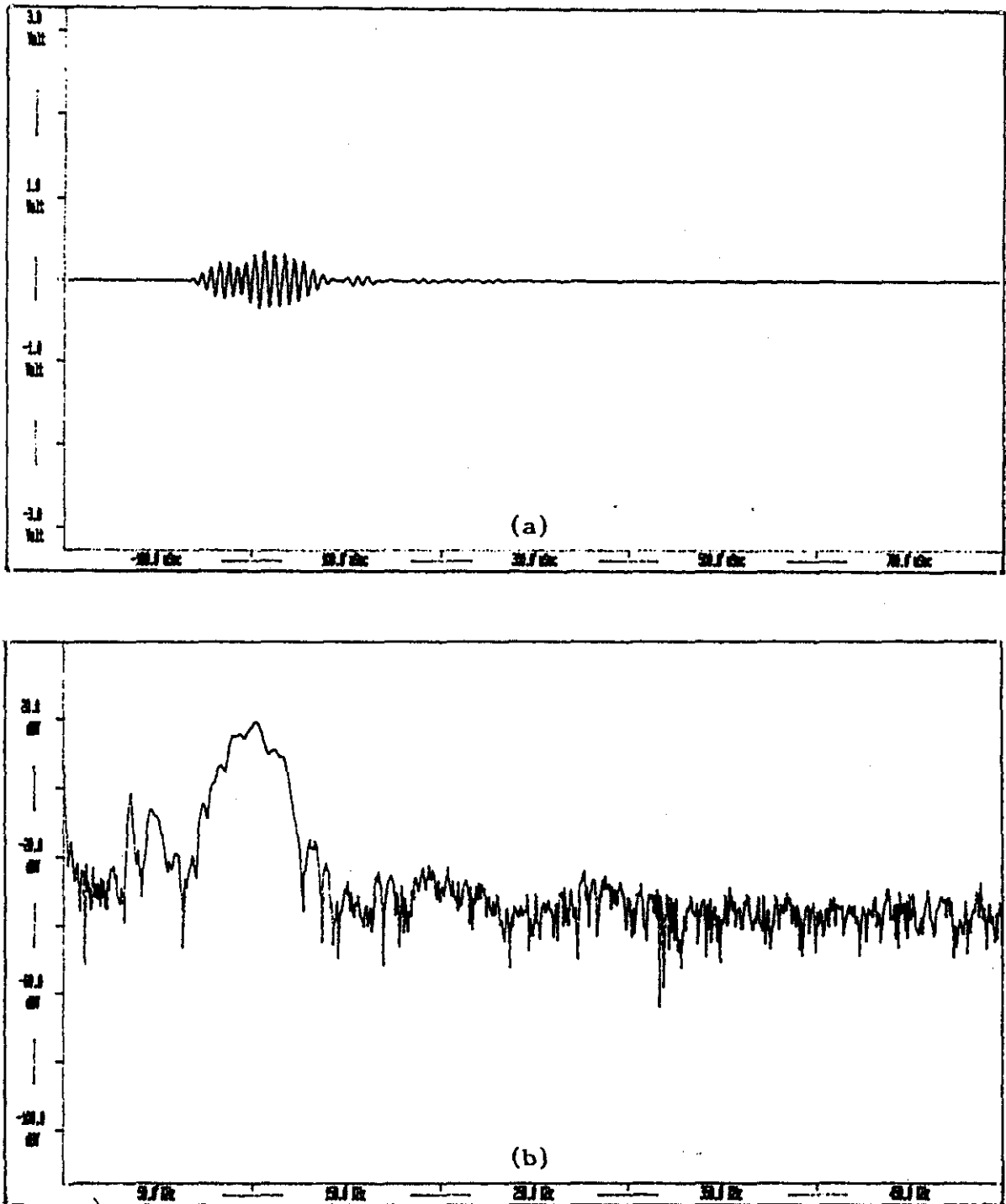


Figura 4.9.VIII.- Señal transmitida y su FFT para un sedimento con un contenido de agua medio del 59%. $\beta_1(14.5\text{cm}) = 0.70$.

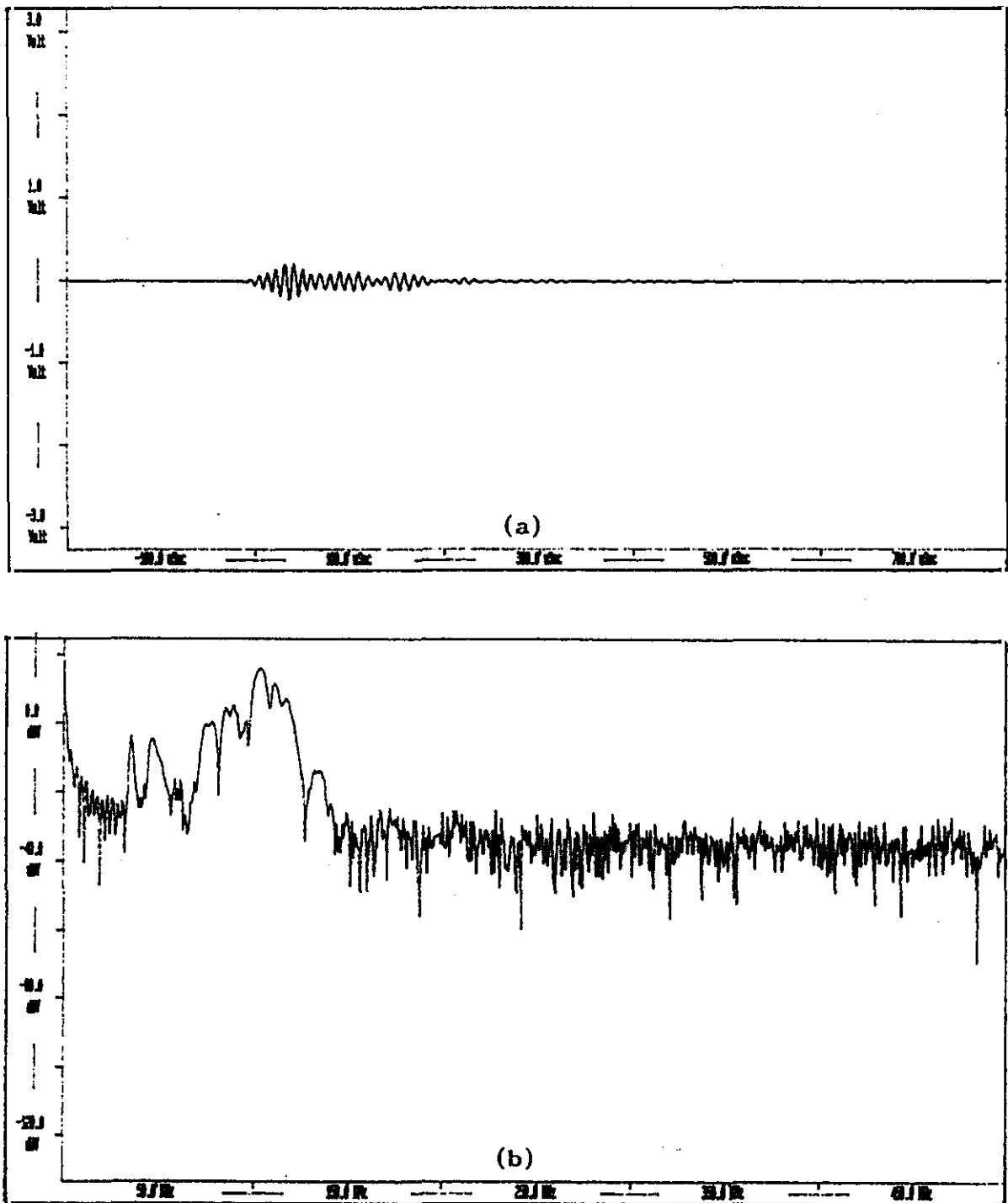


Figura 4.9.IX.- Señal transmitida y su FFT para un sedimento con un contenido de agua medio del 58%. $\beta_1(14.5\text{cm}) = 0.68$.

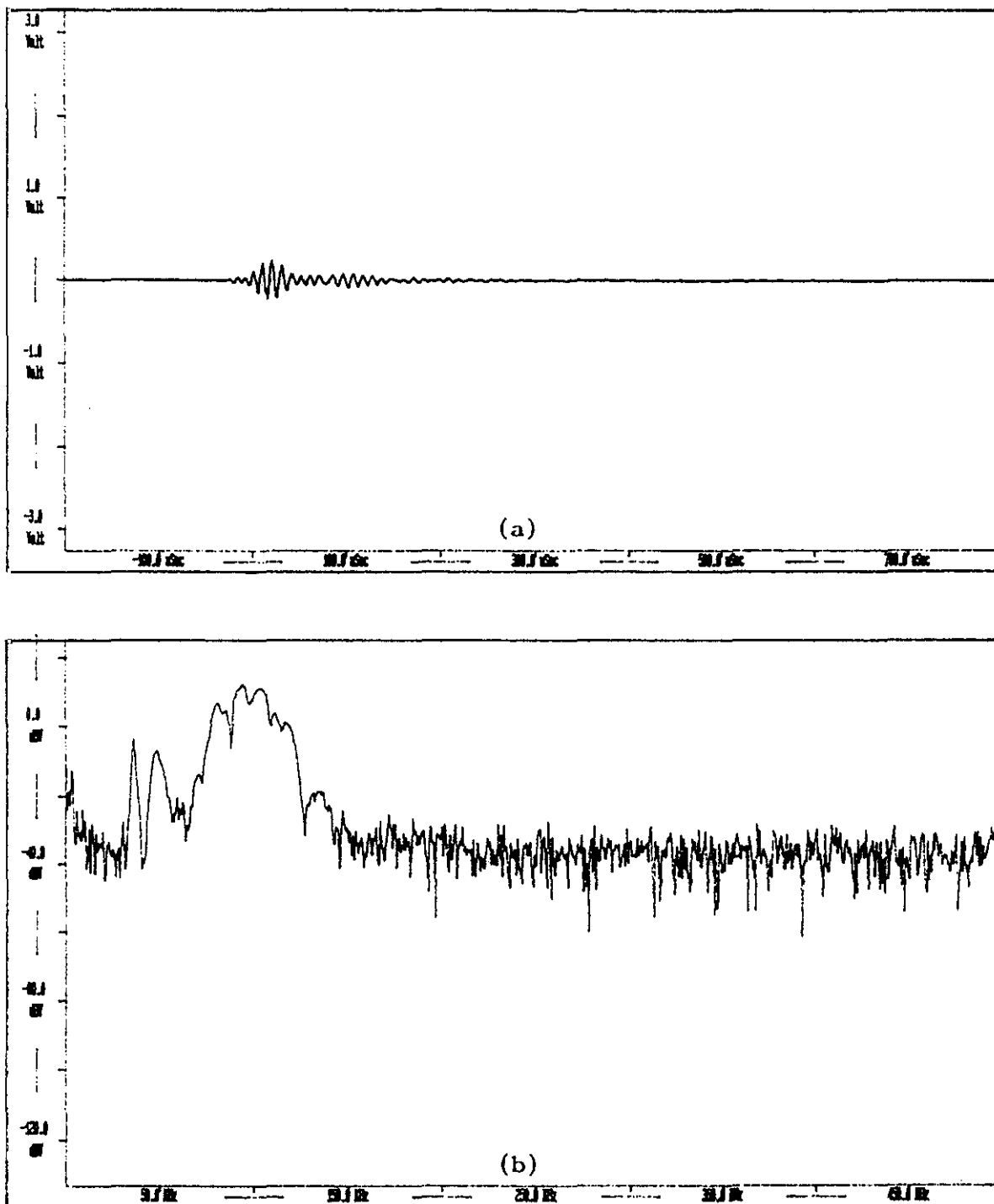


Figura 4.9.X.- Señal transmitida y su FFT para un sedimento con un contenido de agua medio del 56%. $\beta_1(14.5\text{cm}) = 0.62$.

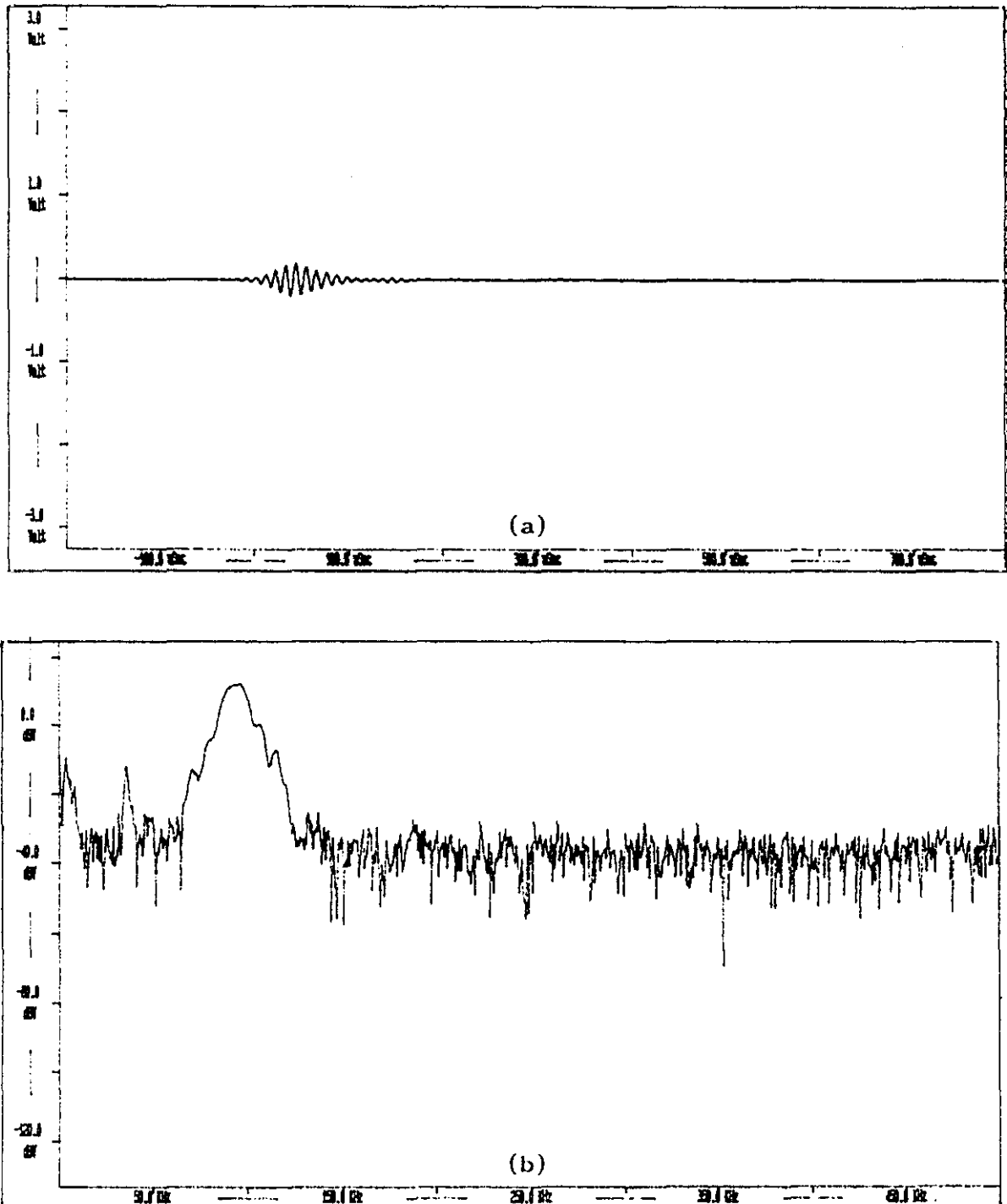


Figura 4.9.XI.- Señal transmitida y su FFT para un sedimento con un contenido de agua medio del 52%. $\beta_1(14.5\text{cm}) = 0.51$.

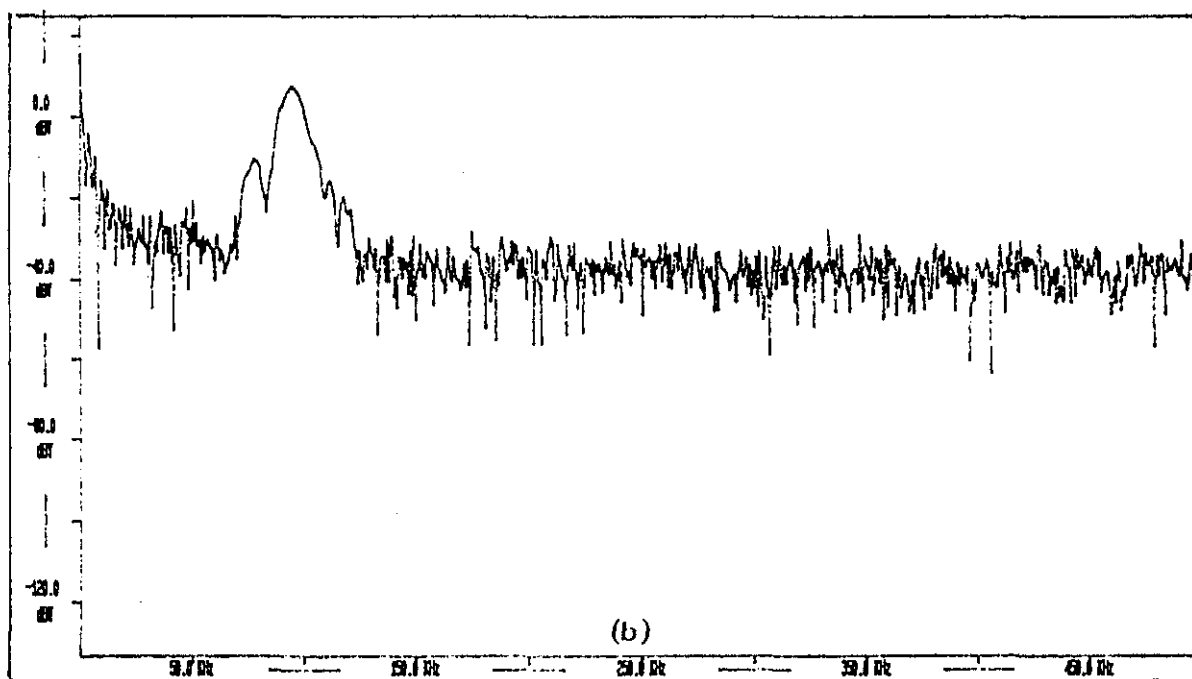
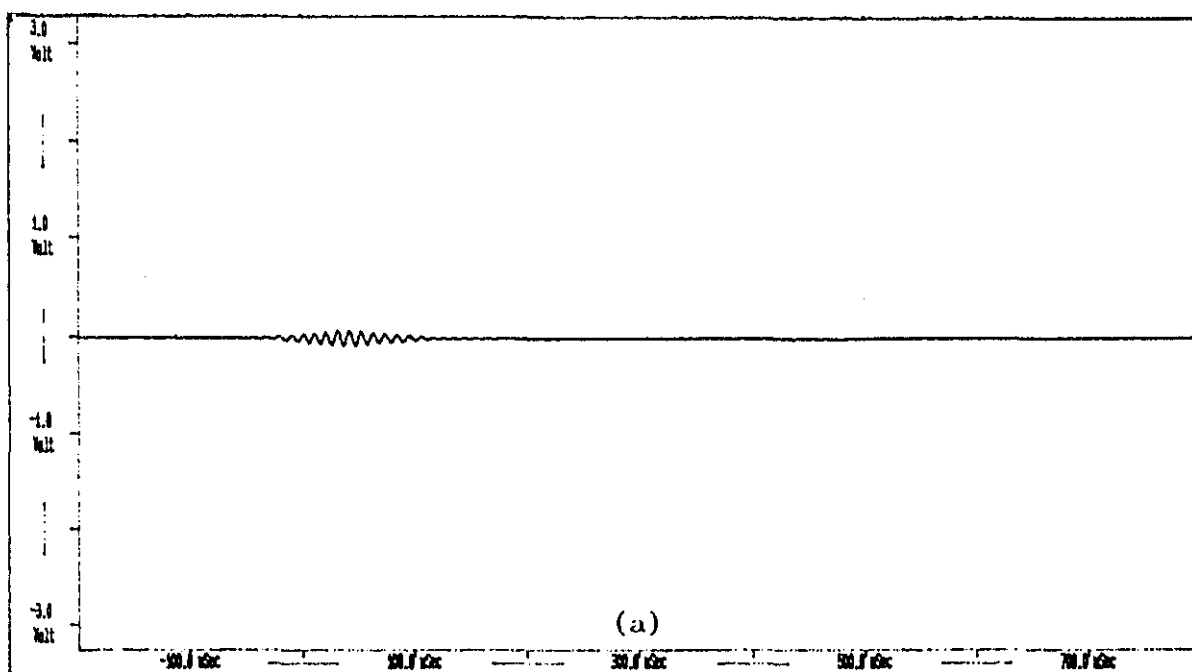


Figura 4.9.XII.- Señal transmitida y su FFT para un sedimento con un contenido de agua medio del 51%. $\beta_1(14.5\text{cm}) = 0.49$.

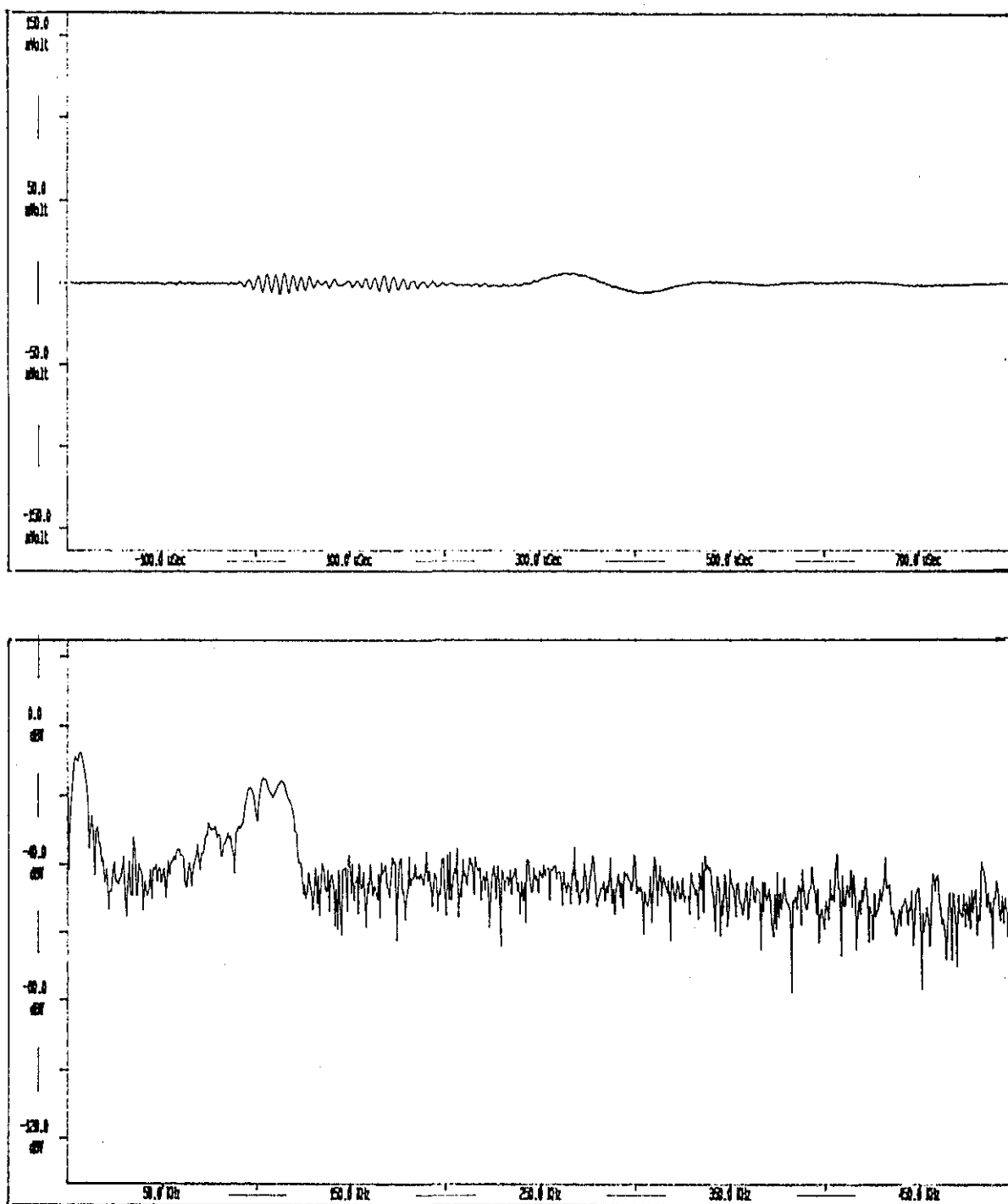


Figura 4.9.XIII.- Señal transmitida y su FFT para un sedimento con un contenido de agua medio del 49%. $\beta_1(14.5\text{cm}) = 0.43$.

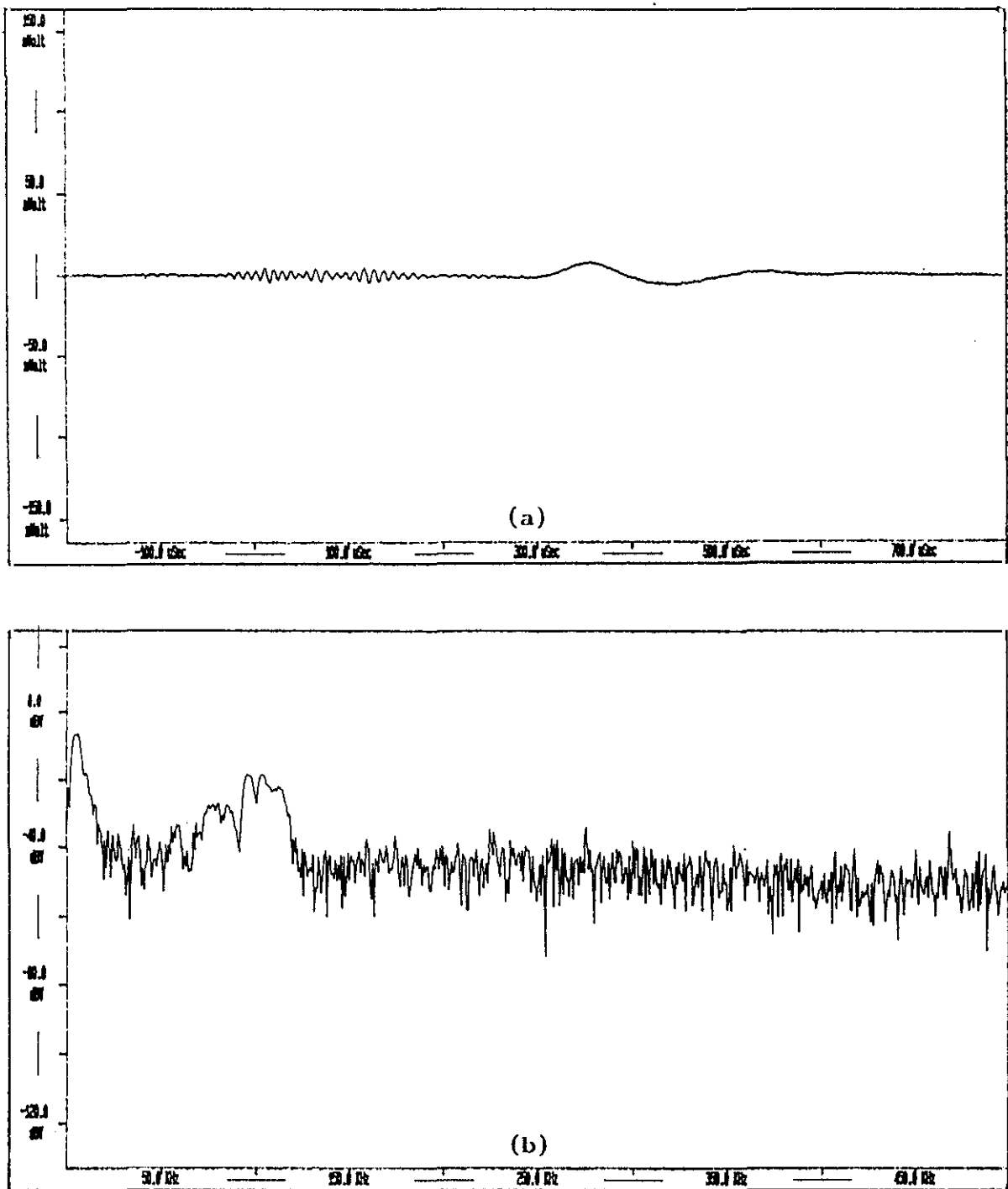


Figura 4.9.XIV.- Señal transmitida y su FFT para una sedimento con un contenido de agua medio del 48%. $\beta_1(14.5\text{cm}) = 0.41$.

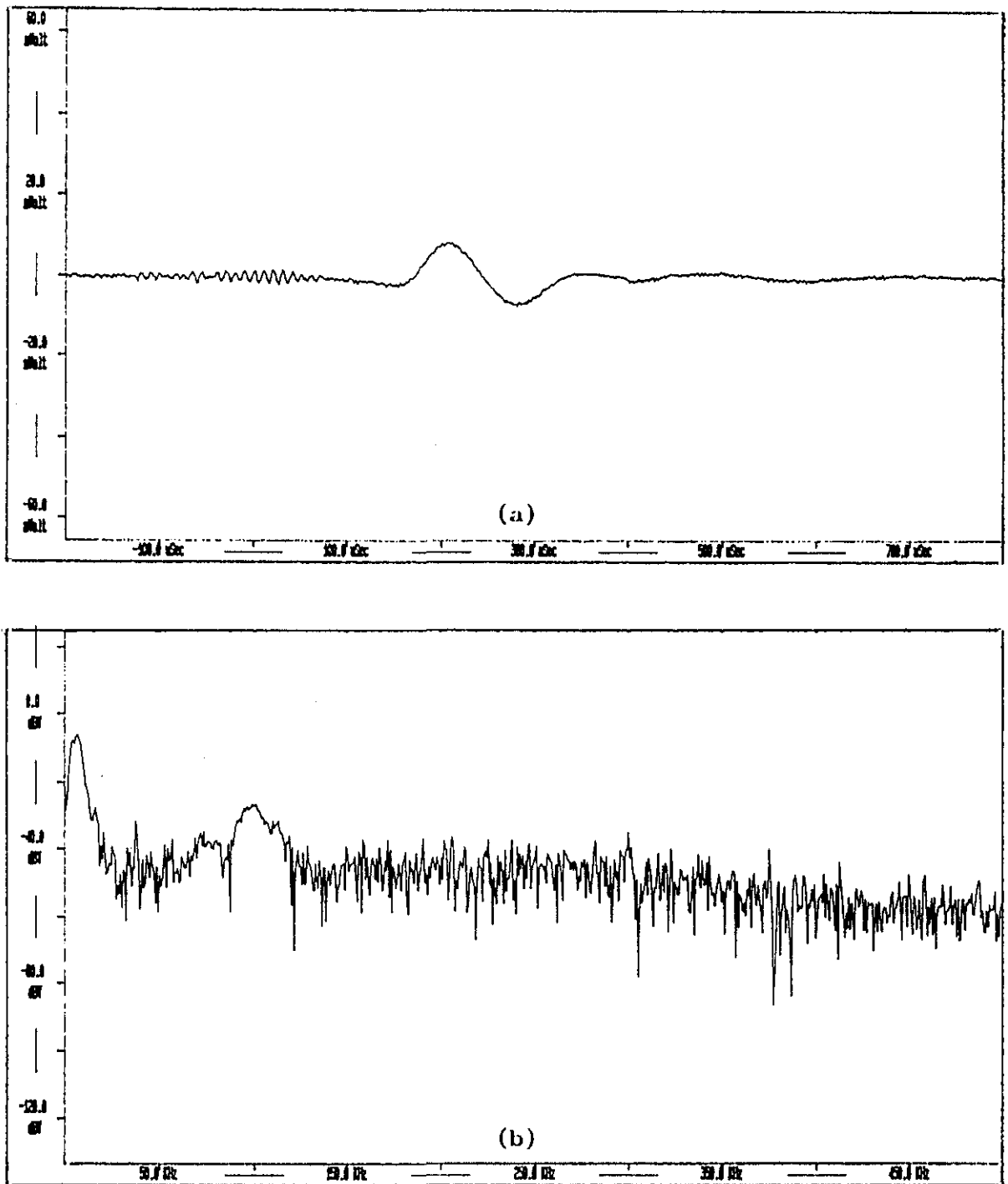


Figura 4.9.XV.- Señal transmitida y su FFT para un sedimento con un contenido de agua medio del 47%. $\beta_1(14.5\text{cm}) = 0.38$.

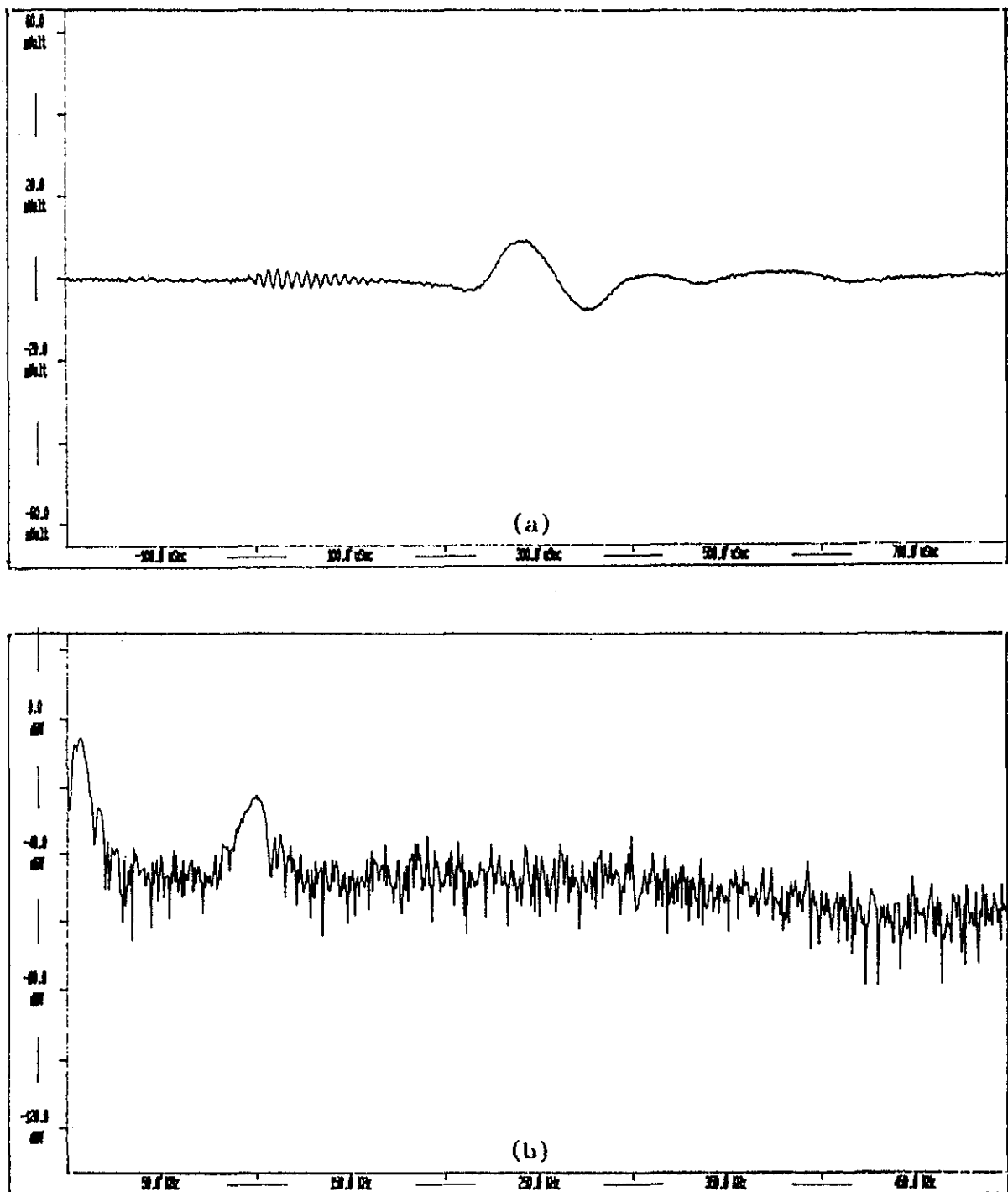


Figura 4.9.XVI.- Señal transmitida y su FFT para un sedimento con un contenido de agua medio del 46%. $\beta_1(14.5\text{cm}) = 0.35$.

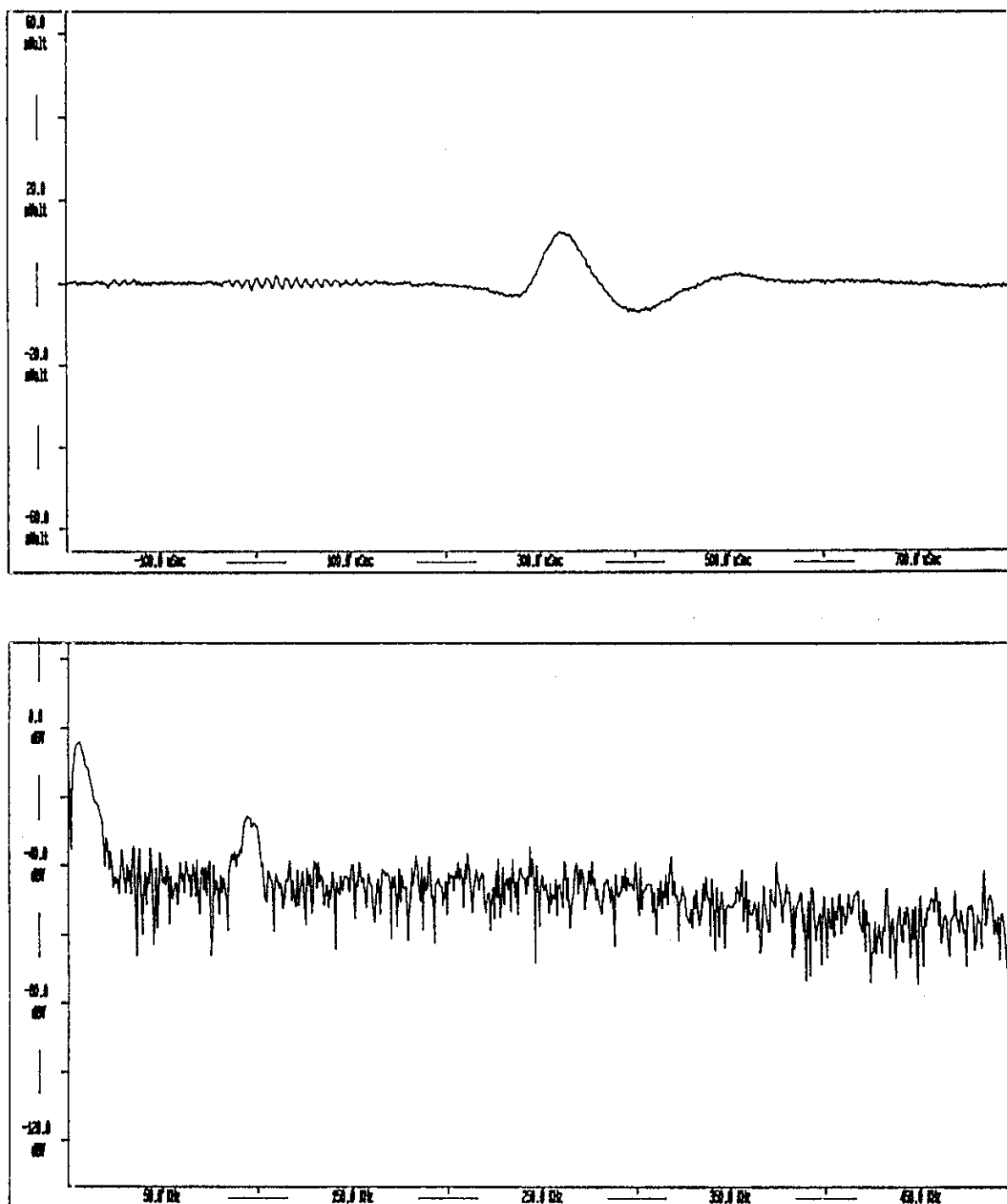


Figura 4.9.XVII.- Señal transmitida y su FFT para un sedimento con un contenido de agua medio del 45%. $\beta_1(14.5\text{cm}) = 0.32$.

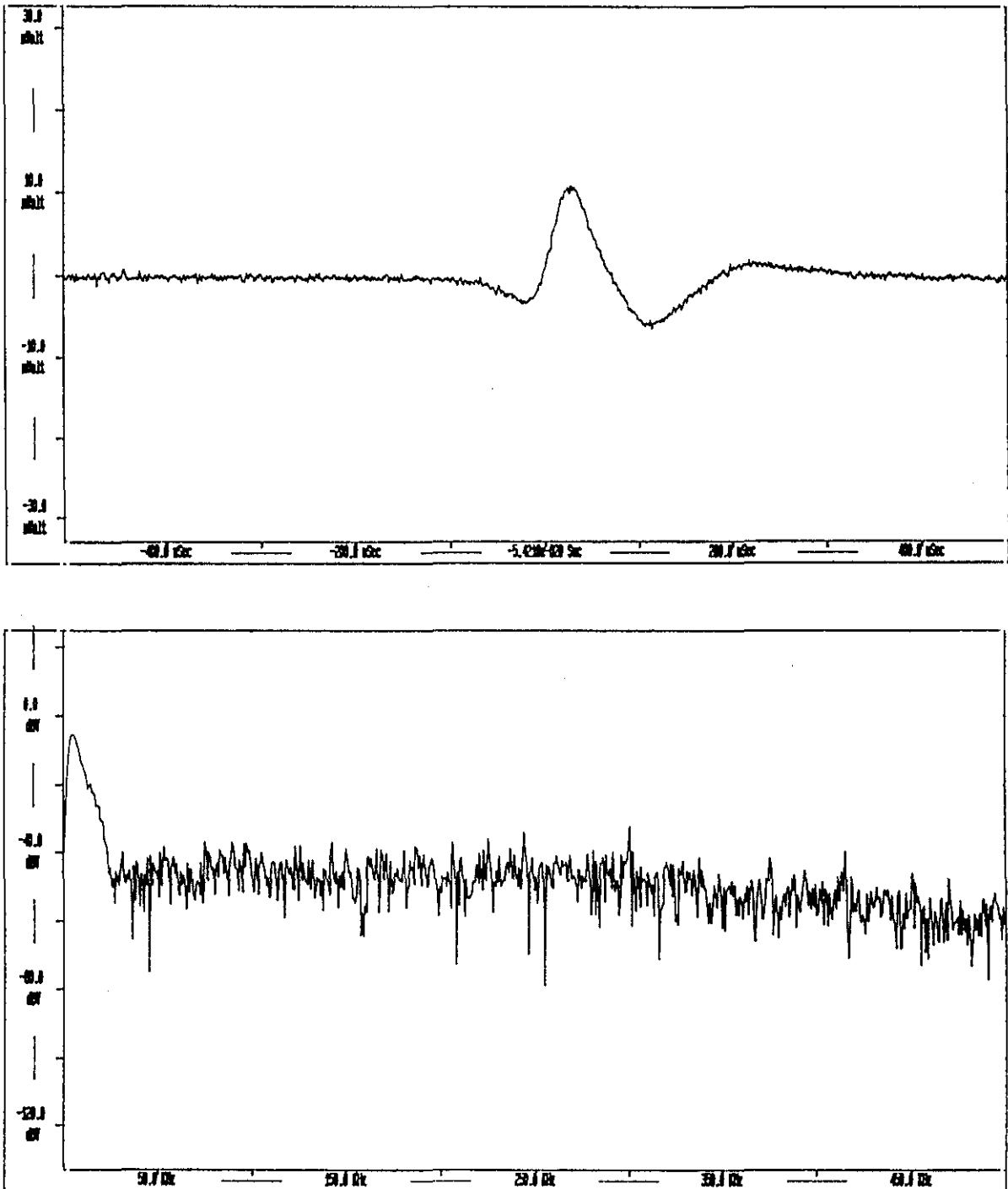


Figura 4.9.XVIII.- Señal transmitida y su FFT para un sedimento con un contenido de agua medio del 44%. $\beta_1(14.5\text{cm}) = 0.30$.

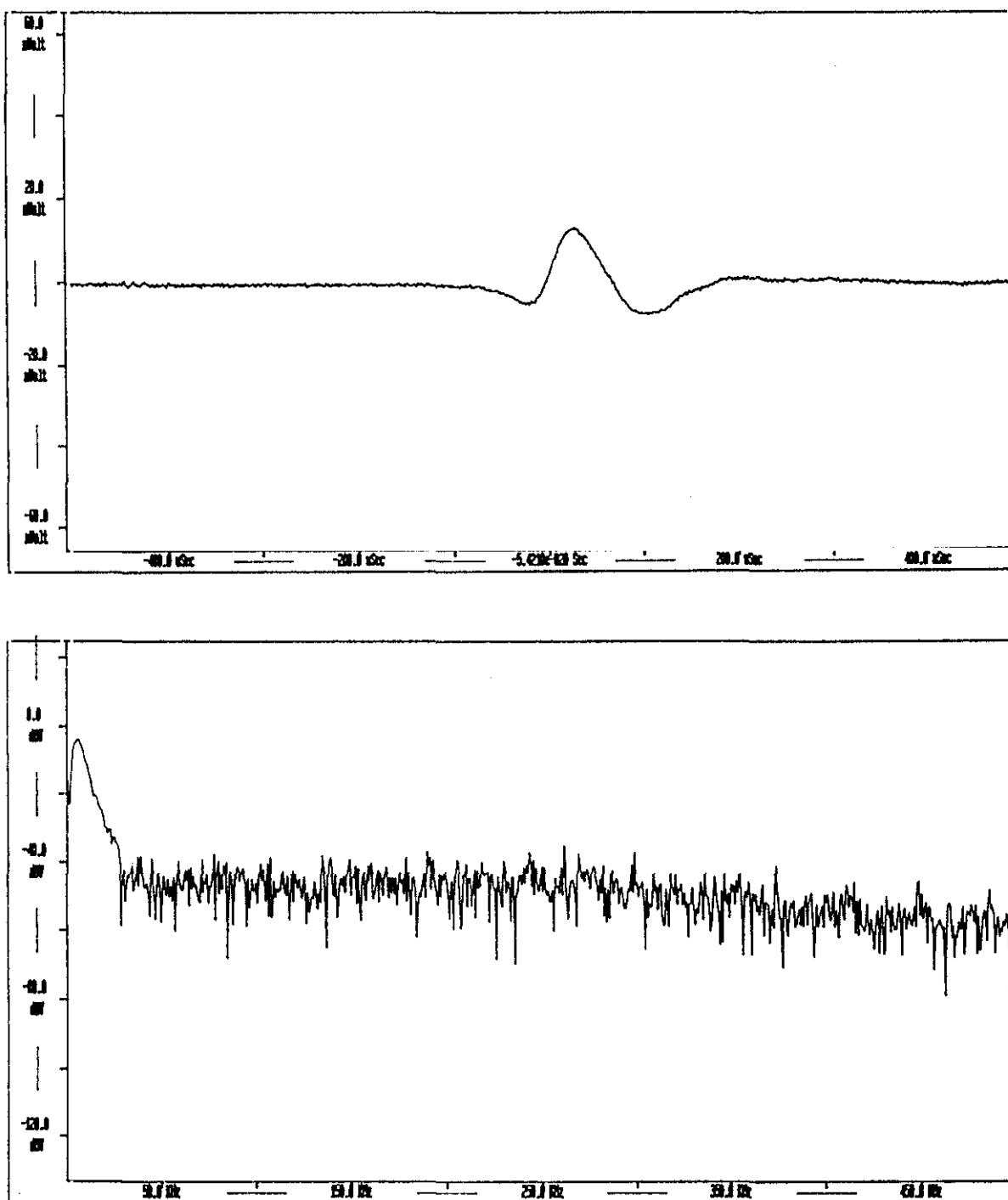


Figura 4.9.XIX.- Señal transmitida y su FFT para un sedimento con un contenido de agua medio del 41%. $\beta_1(14.5\text{cm}) = 0.22$.

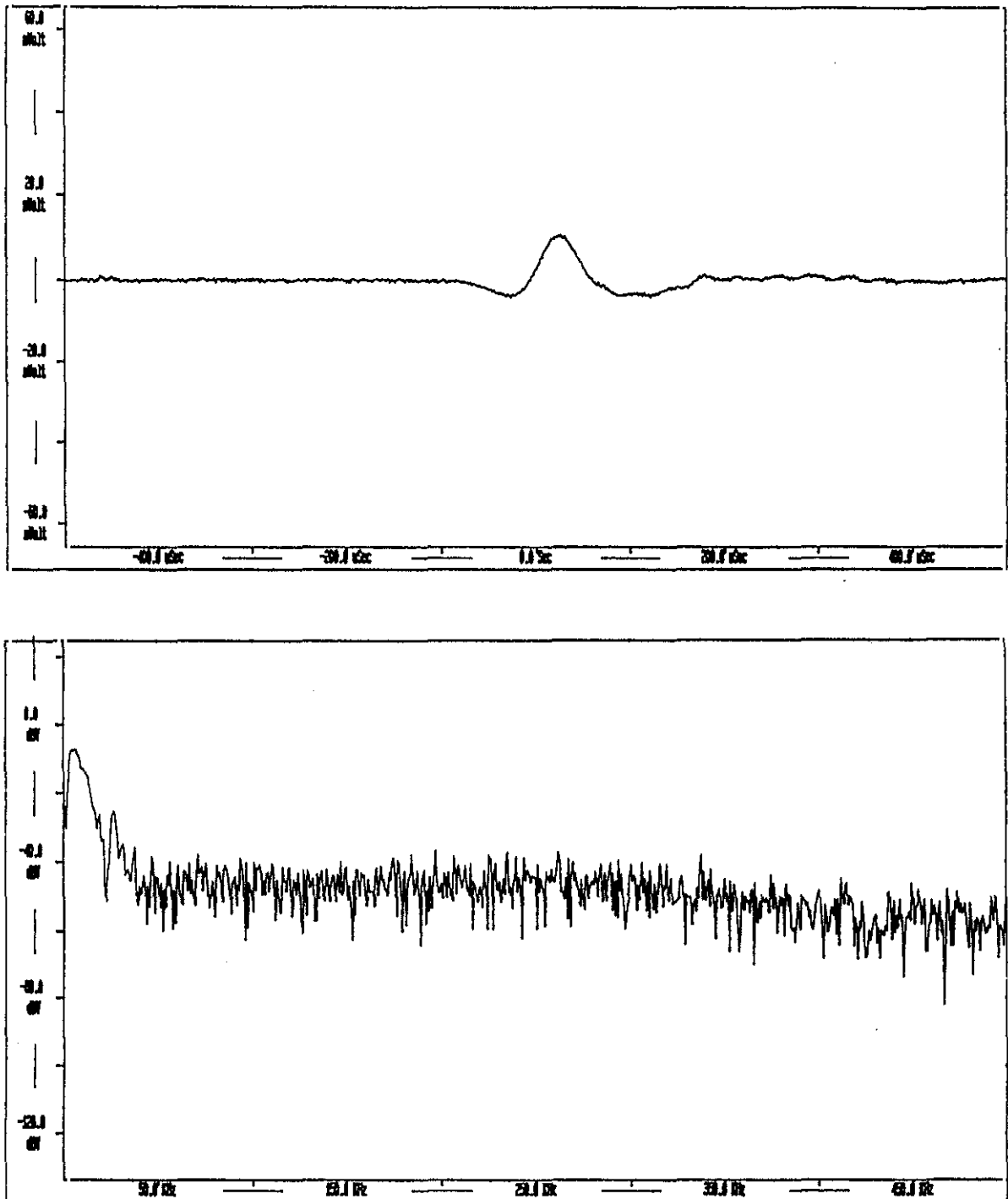


Figura 4.9.XX.- Señal transmitida y su FFT para un sedimento con un contenido de agua medio del 33%. $\beta_1(14.5\text{cm}) = 0$.

4.5.1.- VELOCIDAD

Las únicas ondas que se pueden constatar experimentalmente sin dificultad en un sedimento arenoso son las ondas longitudinales de primer orden.

Manteniendo fija la posición de los transductores en todas las medidas, la velocidad de propagación de estas ondas se deduce controlando el tiempo de llegada de la señal transmitida en la muestra según se va secando el sedimento.

En la Figura 4.10 se presentan los resultados de esta experiencia, donde se expresa la velocidad relativa en el sedimento con respecto al sedimento de Biot (V/V_B) según varía el contenido de agua medio.

Partiendo del sedimento saturado con agua y a medida que el contenido de agua medio ($\bar{\beta}_1$) va disminuyendo, al principio no se observa variación alguna del tiempo que tarda la onda en recorrer la arena; y como la distancia es fija en todo momento, la velocidad también se mantendrá constante.

En sedimentos con contenidos de agua medios comprendidos entre un 52% y un 45% el tiempo de retardo de la señal empieza a aumentar rápidamente, siendo por tanto sus velocidades cada vez menores.

Según se va eliminando el agua del sedimento, cuando $\bar{\beta}_1 < 45\%$ el tiempo sigue aumentando progresivamente pero de una forma bastante más lenta hasta mantenerse constante de nuevo en sedimentos con $\bar{\beta}_1 < 33\%$.

Los tramos horizontales al principio y al final que corresponden a unos valores de la velocidad relativa constante, significan que en la zona de medida (14.5 cm de profundidad) el contenido de agua (β_1) difiere del contenido de agua medio ($\bar{\beta}_1$) existente en todo el volumen. Así podemos resumir:

- * $\bar{\beta}_1 > 52\% \rightarrow$ en la zona de medida aún están los poros saturados de agua y por tanto medimos en todo momento la velocidad en un sedimento de Biot.
- * $52\% \geq \bar{\beta}_1 \geq 42\% \rightarrow$ el contenido de agua (β_1) en la zona de medida varía entre: $100\% > \beta_1 \geq 90\%$.
- * $42\% \geq \bar{\beta}_1 \geq 33\% \rightarrow$ el contenido de agua corresponde: $90\% > \beta_1 \geq 0\%$.
- * $\bar{\beta}_1 < 33\% \rightarrow$ en la zona de medida los poros están saturados completamente de aire y el tiempo de retardo de la señal medida se mantendrá constante hasta secarse completamente todo el volumen.

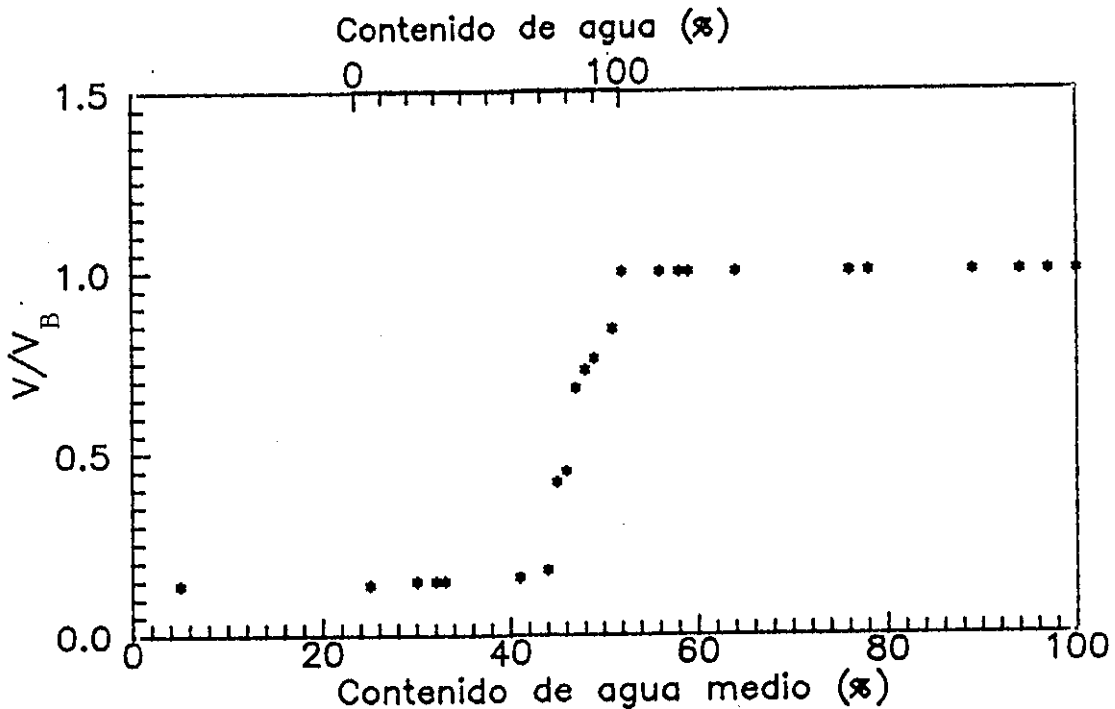


Figura 4.10.- Variación relativa de la velocidad con el contenido de agua medio en un sedimento arenoso.

Al analizar teóricamente el comportamiento de estas ondas (Figura 2.7) se observa una tendencia similar a los resultados experimentales. La velocidad aumenta de forma prácticamente lineal con el contenido de agua hasta sedimentos próximos a la saturación del 100% de agua. Solamente en este entorno (90-100%) el aumento de la velocidad es muy brusco hasta alcanzar la velocidad en el sedimento de Biot.

Es interesante resaltar que la curva presentada en la Figura 2.7 se ha obtenido del estudio teórico de las ondas elásticas y las ondas que se propagan en nuestro sedimento son atenuadas. Es posible comparar ambos tipos de ondas según la teoría generalizada de Biot ya que predice que en el rango de altas frecuencias la velocidad de las ondas atenuadas se comportan como si fuesen elásticas, condición que es aplicable en este caso dado que todas las medidas experimentales se han realizado a la frecuencia de resonancia del emisor.

4.5.2.- ABSORCION

Conocida la absorción en un sedimento poroso determinado es posible deducir la absorción (relativa) en otro sedimento similar de características distintas por comparación de los espectros de las señales transmitidas en ambos medios. Experimentalmente el sedimento que utilizamos como referencia es un sedimento de Biot.

Teóricamente las presiones que actúan en ambos sedimentos al paso de la onda acústica serán (como se ha deducido en el capítulo tercero):

$$P = \frac{P_0 r_0}{r} e^{-\alpha r} \quad (4.5.1)$$

$$P_B = \frac{P_0 r_0}{r} e^{-\alpha_B r}$$

El subíndice B se refiere al sedimento de Biot. P_0 es la presión acústica que se produce a 1m de distancia de la fuente en un medio no absorbente y r la distancia que separa el punto del campo acústico de la fuente sonora. α es la atenuación medida en Np/m.

Tomando logaritmos decimales y multiplicando por 20 en ambas expresiones:

$$20 \log(P) = 20 \log\left(\frac{P_0 r_0}{r}\right) - \alpha r 20 \log e \quad (4.5.2)$$

$$20 \log(P_B) = 20 \log\left(\frac{P_0 r_0}{r}\right) - \alpha_B r 20 \log e$$

Operando en las ecuaciones (4.5.2) y teniendo en cuenta que $20\alpha \log(e)$ es la absorción, a , medida en dB/m, obtenemos:

$$a \text{ (dB/m)} = a_B + \frac{20\log(P_B) - 20\log(P)}{r} \quad (4.5.3)$$

El término $20\log(P)$ es el nivel espectral de la señal transmitida medida en dB y puede leerse fácilmente en los espectros que experimentalmente hemos obtenido para cada uno de los sedimentos creados. $20\log(P_B)$ se refiere al nivel espectral en el sedimento de Biot.

El método de trabajo para deducir la absorción de un sedimento con

contenido de aire es obtener previamente la absorción relativa ($a-a_B$) al sedimento de Biot (saturado de agua) para cada sedimento poroso, donde todas las medidas se han registrado para la misma distancia de separación entre los transductores ($r=12.5$ cm), y posteriormente sumar a estos valores la absorción del sedimento de Biot (a_B).

Una vez conocida la absorción (a_B) para el sedimento de Biot en el intervalo de frecuencias entre los 30 KHz y 110 KHz (Figura 4.8), se puede llegar a deducir el valor de la absorción en nuestro sedimento poroso aplicando la anterior ecuación (4.5.3).

Hemos analizado el comportamiento de las ondas acústicas con la frecuencia en sedimentos con contenidos medios de agua ($\bar{\beta}_1$) constantes. En la Figura 4.11 solamente se han representado dos sedimentos con un $\bar{\beta}_1$ de 0.33 y 0.58 respectivamente.

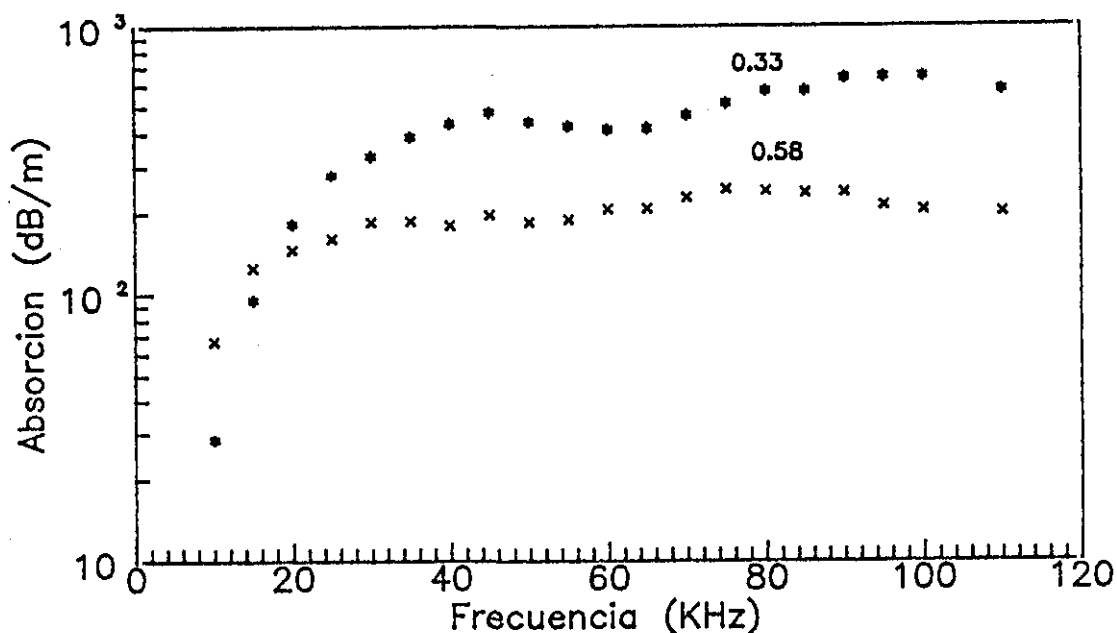


Figura 4.11.- Variación de la absorción con la frecuencia en sedimentos arenosos con contenidos de agua medios del 33% y 58%.

Observamos que la absorción aumenta con la frecuencia, y en concordancia con la teoría generalizada de Biot encontramos dos pendientes bien diferenciadas. Para bajas frecuencias esta variación es mucho mayor que en el rango de altas frecuencias; además, al aumentar la cantidad de aire en los poros del sedimento, la absorción medida es cada vez mayor.

Resulta también interesante analizar el comportamiento de estas ondas cuando en el sedimento a través del cual se propagan varía la proporción de aire y agua existente en los poros para cada frecuencia particular. En el conjunto de gráficas que presentamos a continuación numeradas como Figura 4.12(I-XVI), se ha representado la variación de la absorción (dB/m) con el contenido de agua medio ($\bar{\beta}_1$) para las frecuencias comprendidas entre los 30 KHz y los 110 KHz con intervalos de 5 KHz.

En todas ellas podemos apreciar la tendencia descendente de la absorción con la presencia de agua, siendo mayor esta disminución a medida que aumenta la frecuencia.

Cuando la proporción de agua en los intersticios del sedimento varía entre un 30% y un 80%, encontramos valores de la absorción dentro del mismo orden de magnitud, variando como máximo entre los 10 y 10^3 dB/m en todo en intervalo de frecuencias medido.

A medida que se va secando la arena la variación de la absorción es mucho mayor con el contenido de agua que con la frecuencia dentro del intervalo medido.

En la Tabla 4.1 se especifican los valores obtenidos experimentalmente de la absorción en sedimentos con distintos contenidos de agua medios ($\bar{\beta}_1$) para diferentes frecuencias (f).

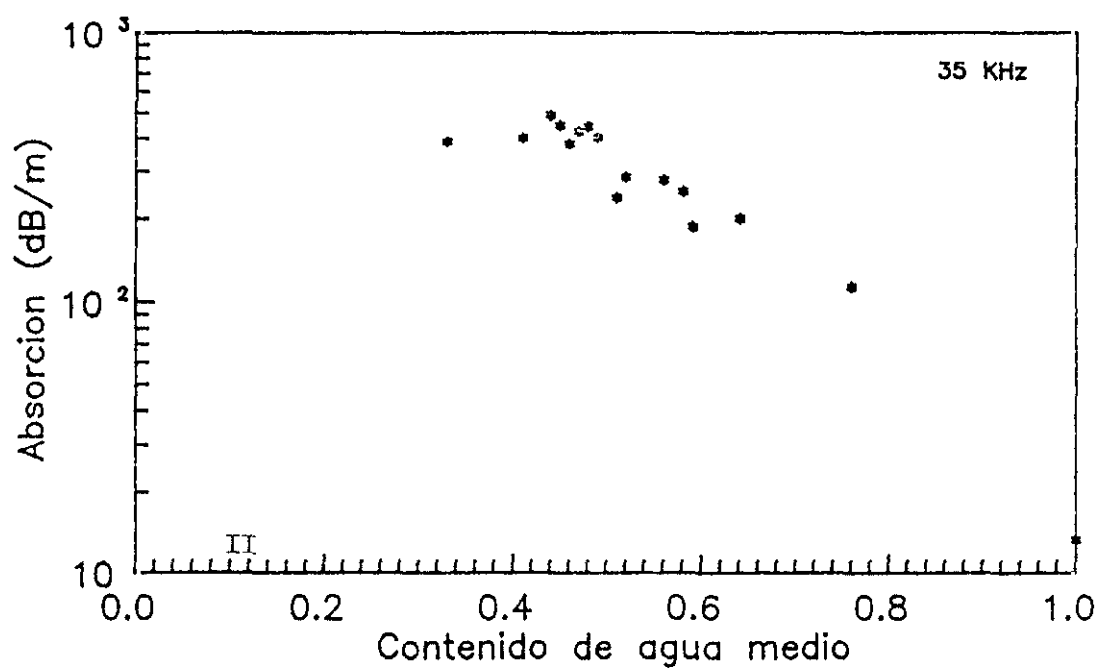
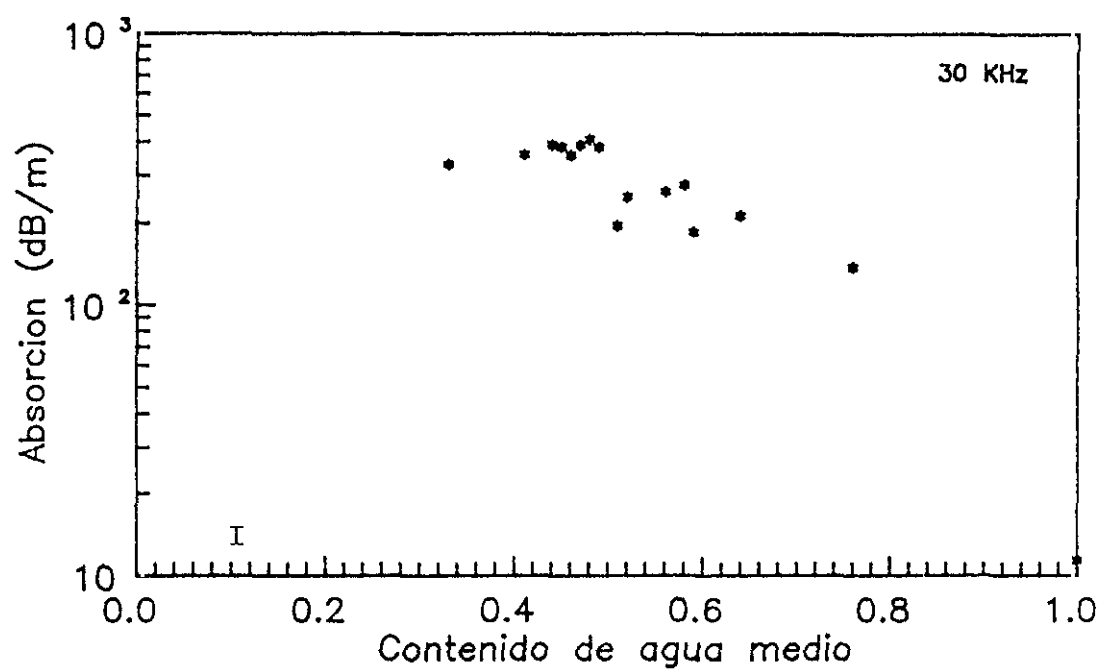
TABLA 4.1.

VALORES EXPERIMENTALES DE LA ABSORCION (dB/m) PARA DISTINTOS CONTENIDOS DE AGUA Y DISTINTAS FRECUENCIAS.

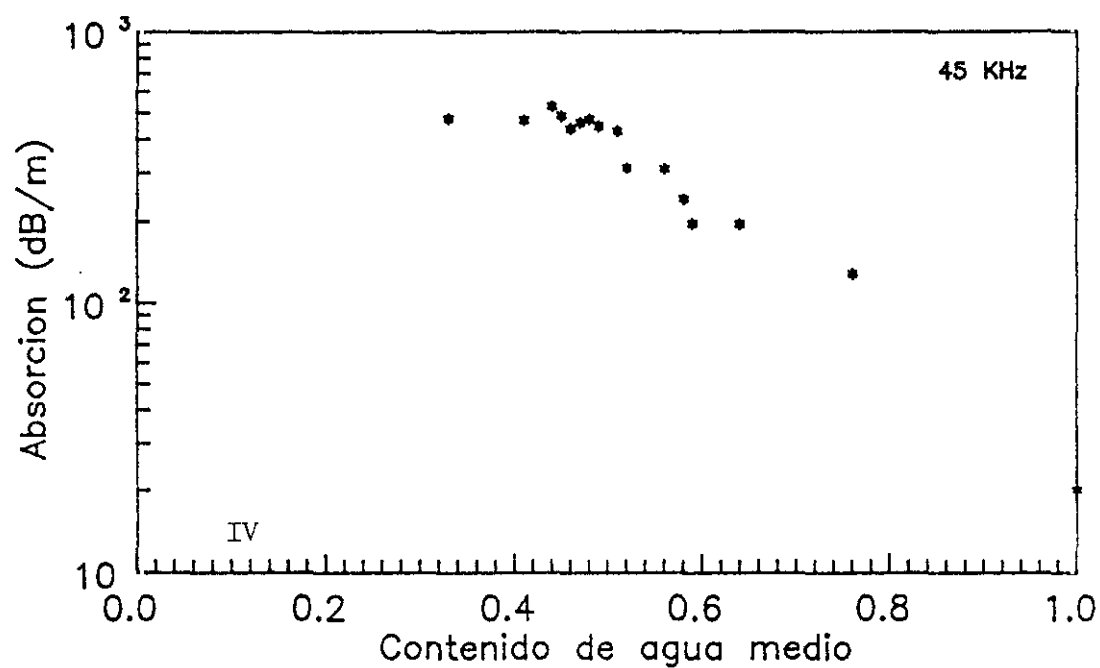
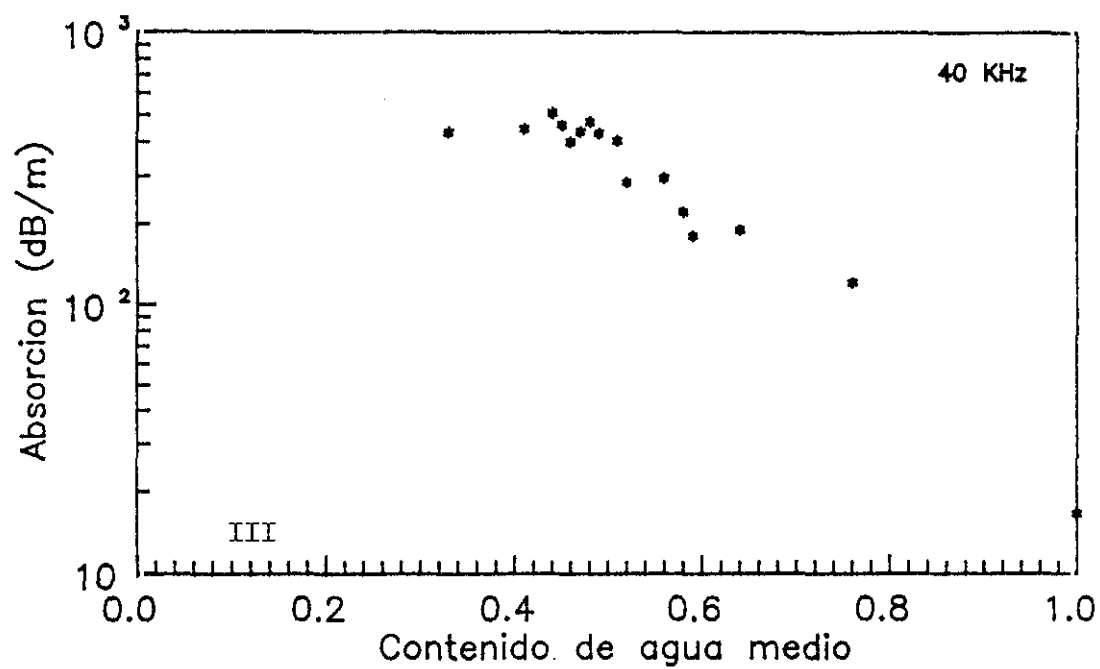
$\frac{\bar{\beta}_1}{f}$ KHz	1	0.76	0.64	0.59	0.58	0.56	0.52	0.51
25	10.78	145.82	188.11	160.92	257.34	253.10	219.74	150.14
30	11.29	137.43	213.45	185.55	276.01	260.81	249.77	196.17
35	13.27	113.61	200.35	186.81	251.43	277.67	284.55	238.55
40	16.61	120.78	190.19	180.30	222.21	295.41	283.89	404.05
45	20.15	128.75	195.69	196.42	240.55	310.47	312.79	429.19
50	22.06	137.08	188.12	184.88	240.46	302.22	291.50	394.94
55	22.66	121.00	181.41	189.24	209.78	292.50	317.30	378.10
60	22.74	120.08	214.23	207.80	213.30	274.34	326.98	361.14
65	22.95	124.65	225.40	207.53	218.31	251.99	331.35	348.79
70	23.14	131.67	229.28	228.05	214.66	250.05	344.02	384.10
75	23.97	119.96	246.14	244.56	219.01	248.53	358.93	432.21
80	25.03	100.01	228.13	241.00	210.95	234.07	324.95	468.63
85	26.27	88.06	186.71	237.48	193.23	215.39	285.79	463.71
90	29.92	78.91	167.72	238.16	195.40	207.24	283.88	485.16
95	27.04	62.60	157.42	212.58	196.72	207.76	282.88	467.84
100	27.78	96.68	151.09	204.31	203.14	233.62	294.50	449.78

Tabla 4.1.- (Continuación)

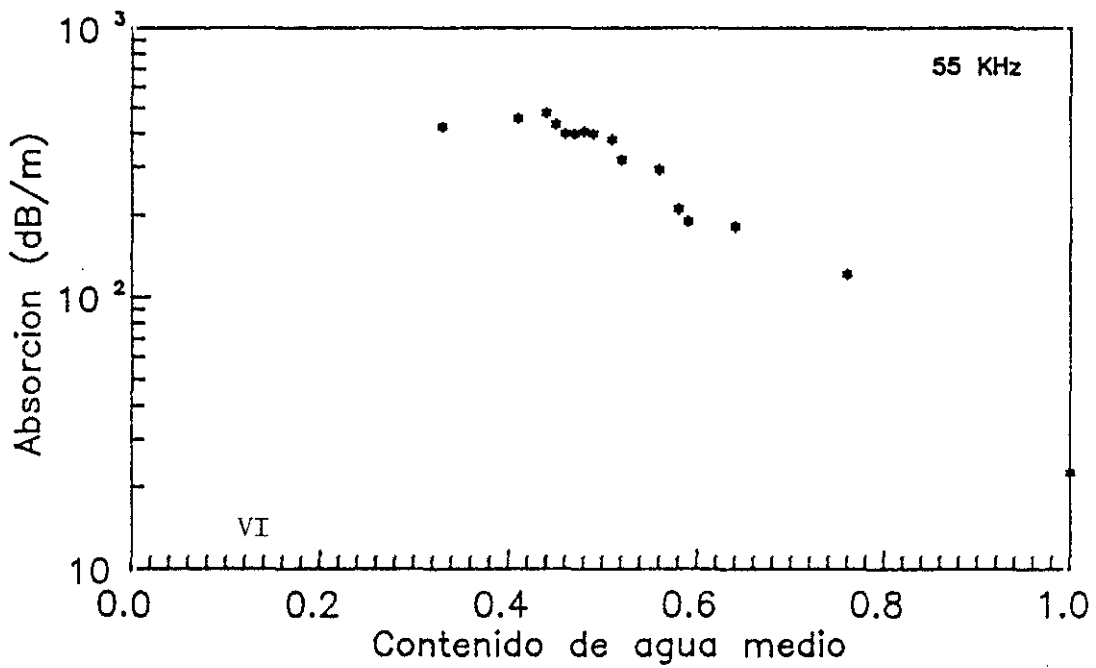
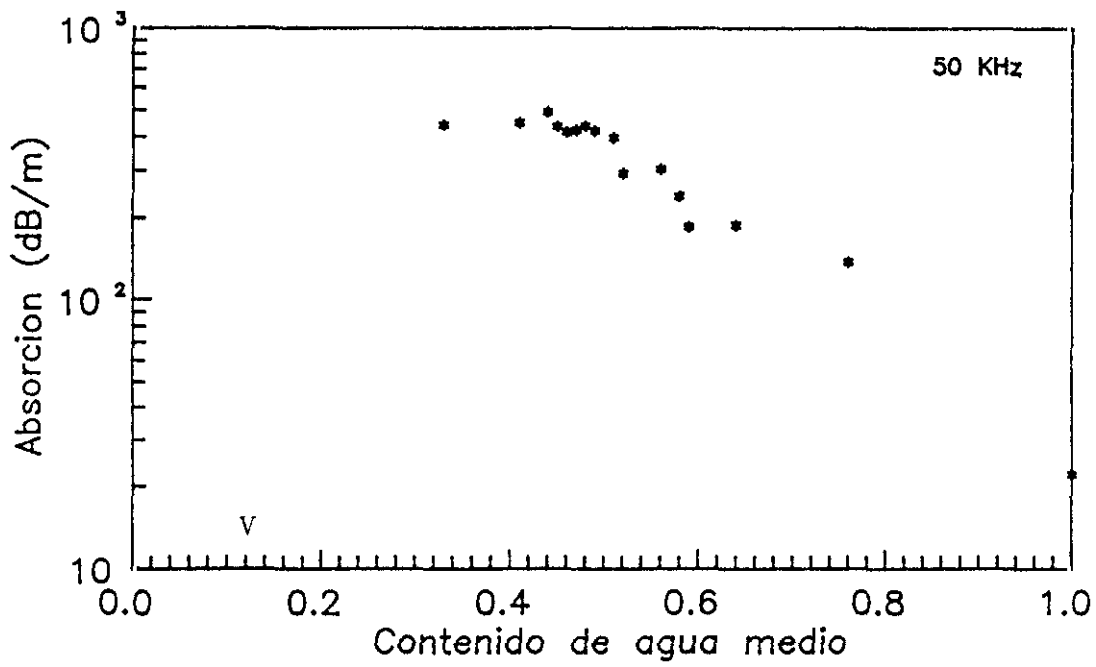
$\frac{\beta_1}{f}$ KHz	0.49	0.48	0.47	0.46	0.45	0.44	0.41	0.33
25	320.54	350.62	334.70	307.98	330.30	316.22	296.22	278.86
30	381.61	408.57	388.81	355.93	382.49	390.33	358.89	330.09
35	404.15	444.39	424.71	380.95	449.11	490.15	400.71	388.95
40	430.37	473.81	436.21	400.29	461.33	508.29	446.53	434.25
45	445.51	473.83	460.39	437.35	488.15	527.35	469.67	475.83
50	418.46	437.18	422.38	413.26	433.90	489.82	447.34	440.06
55	398.10	407.22	398.50	397.62	432.98	478.34	455.70	423.38
60	387.70	405.62	393.86	408.66	408.58	438.50	504.58	411.46
65	364.15	398.39	386.55	429.11	459.35	427.35	517.75	415.27
70	392.66	433.70	417.06	462.10	493.62	485.82	539.14	464.38
75	431.33	475.89	464.61	516.45	540.13	544.29	581.17	512.45
80	467.43	517.35	507.67	555.35	574.79	566.71	594.31	568.39
85	463.71	525.07	516.03	545.79	572.75	591.87	553.39	568.91
90	484.20	530.52	532.04	533.56	540.28	635.32	584.44	635.56
95	482.48	529.12	521.60	532.08	545.44	623.44	598.48	641.04
100	472.90	517.62	522.58	534.18	556.34	622.82	614.10	642.90



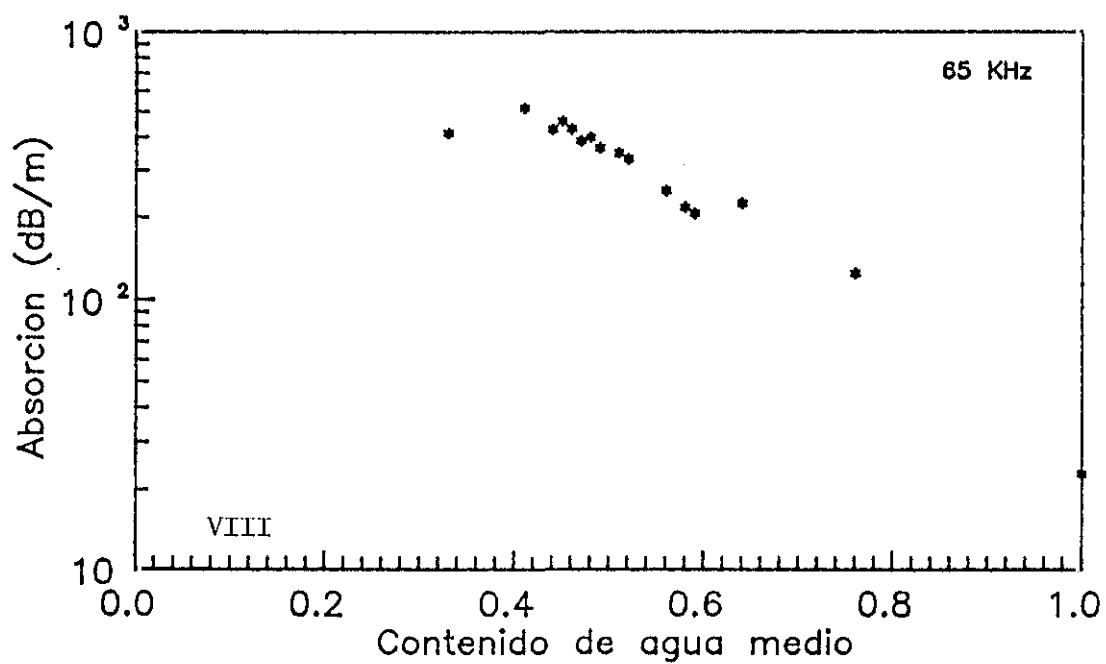
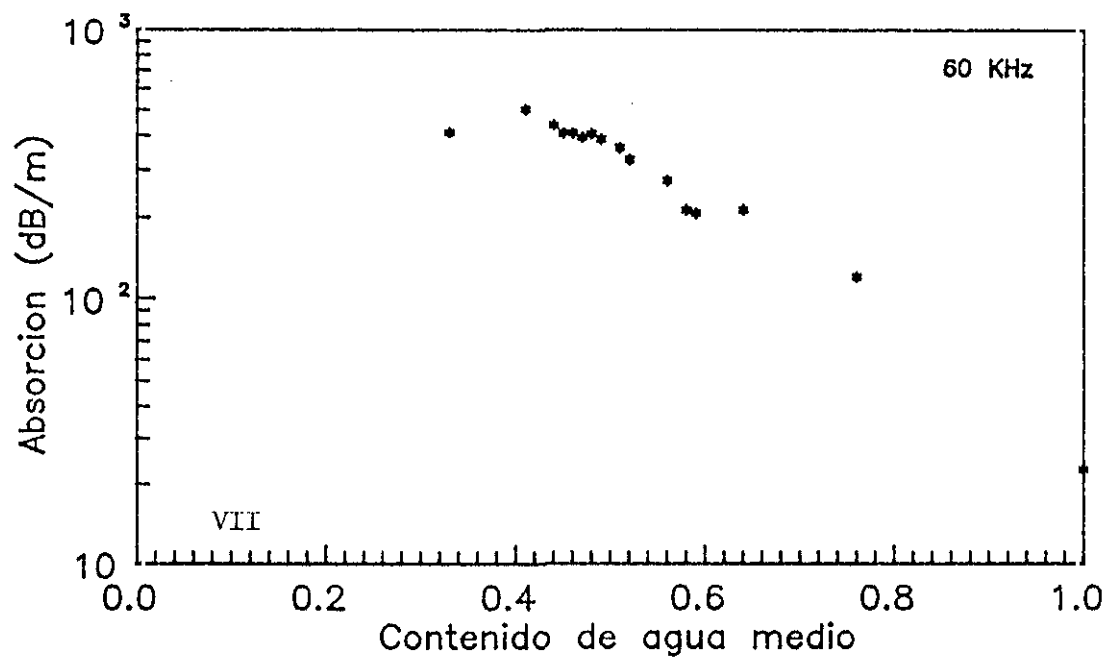
Figuras 4.12.I-II.- Variación de la absorción con el contenido de agua medio en un sedimento arenoso a 30 KHz y 35 KHz respectivamente.



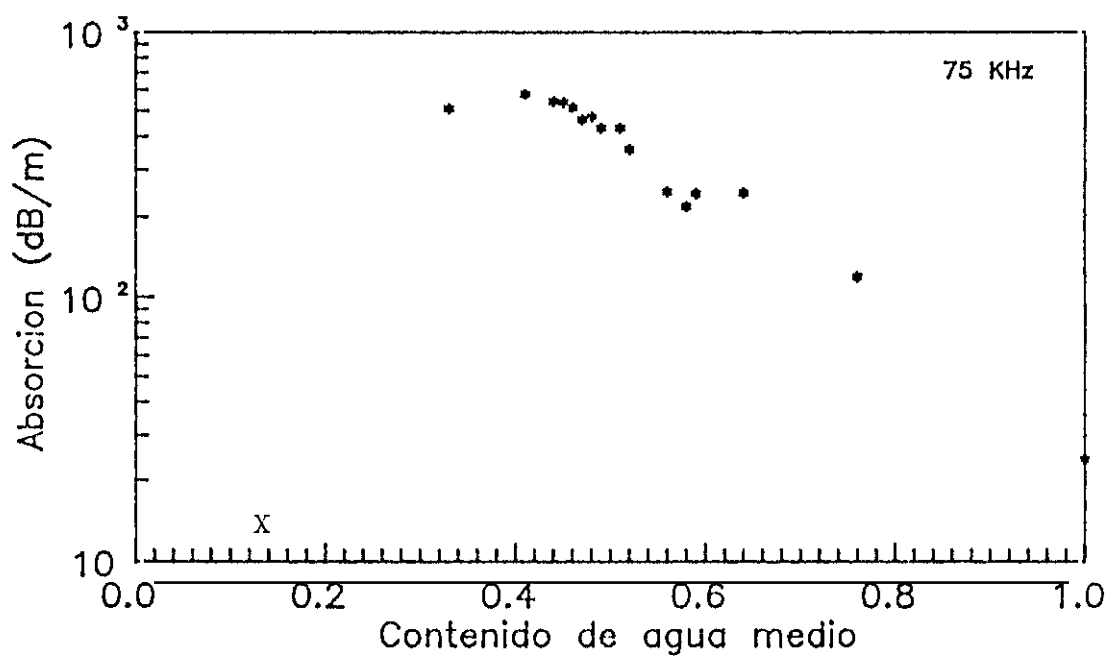
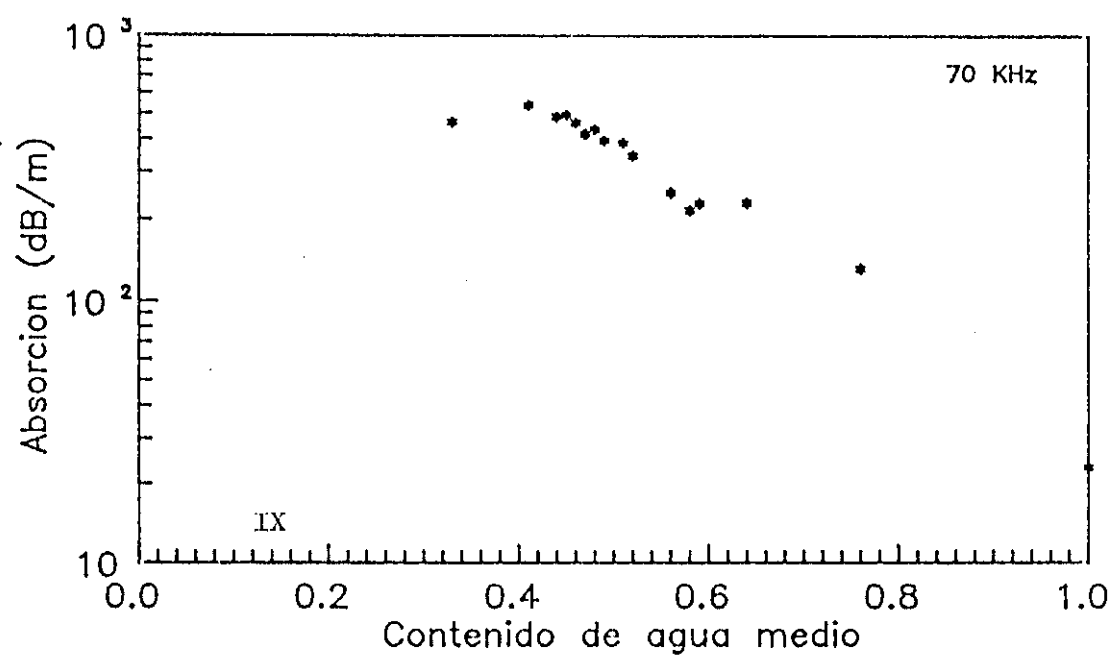
Figuras 4.12.III-IV.- Variación de la absorción con el contenido de agua medio en un sedimento arenoso a 40 KHz y 45 KHz respectivamente.



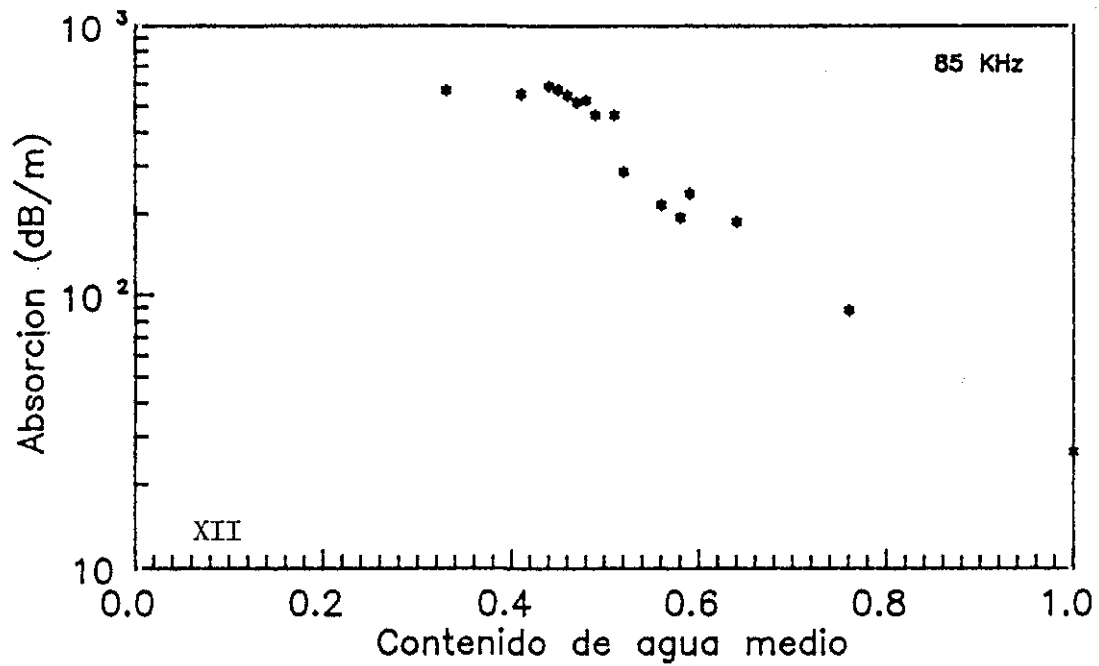
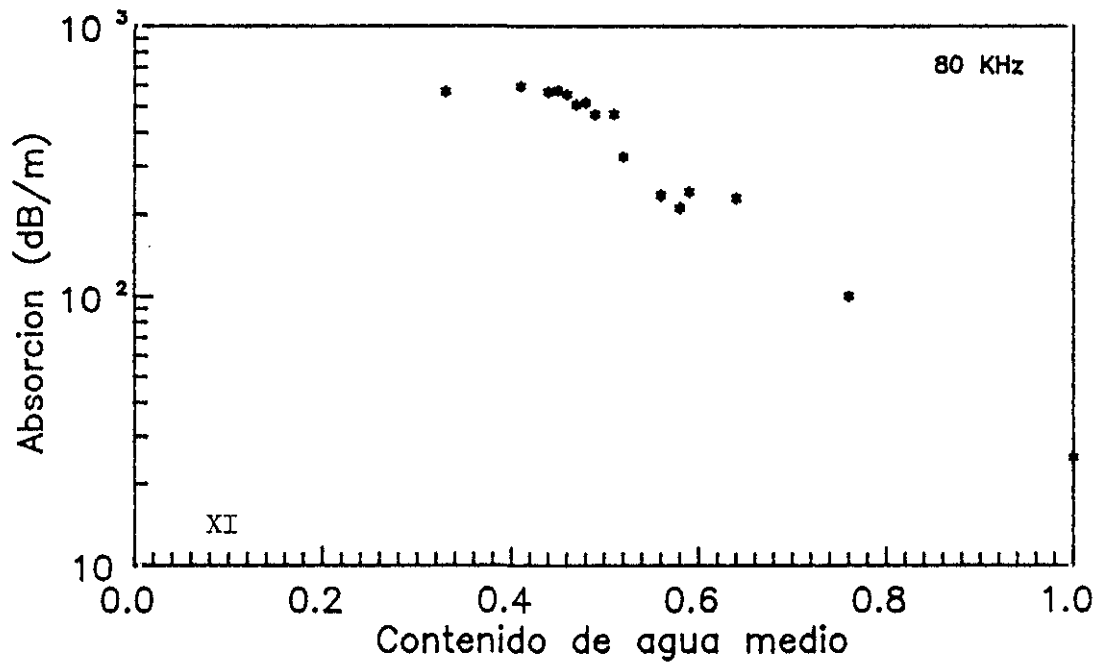
Figuras 4.12.V-VI.- Variación de la absorción con el contenido de agua medio en un sedimento arenoso a 50 KHz y 55 KHz respectivamente.



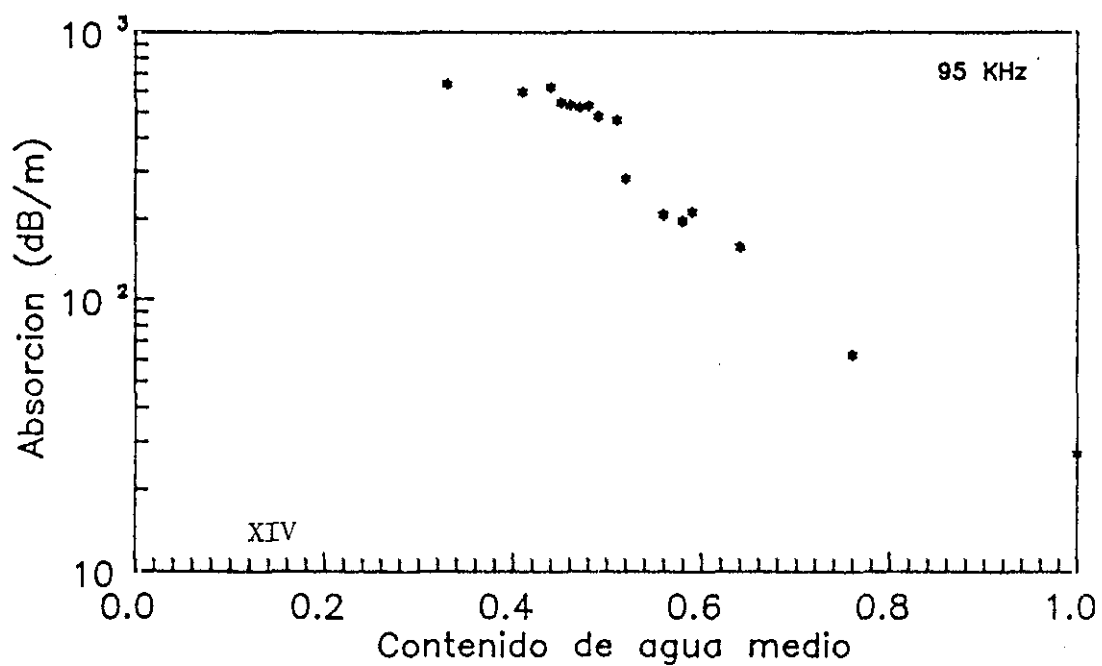
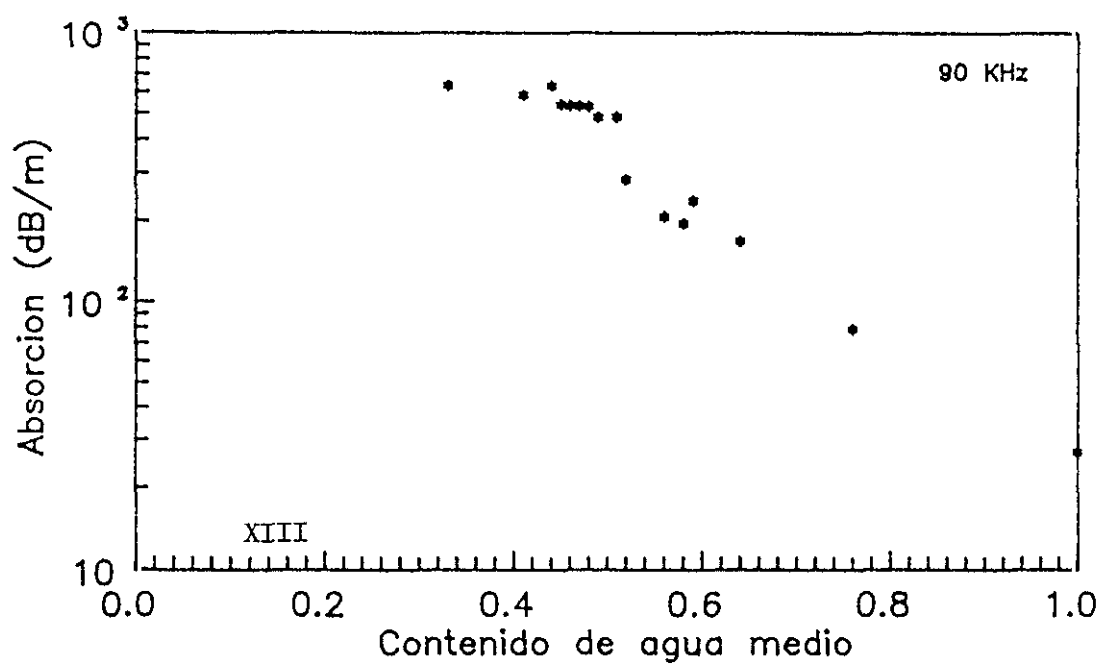
Figuras 4.12.VII-VIII - Variación de la absorción con el contenido de agua medio en un sedimento arenoso a 60 KHz y 65 KHz respectivamente.



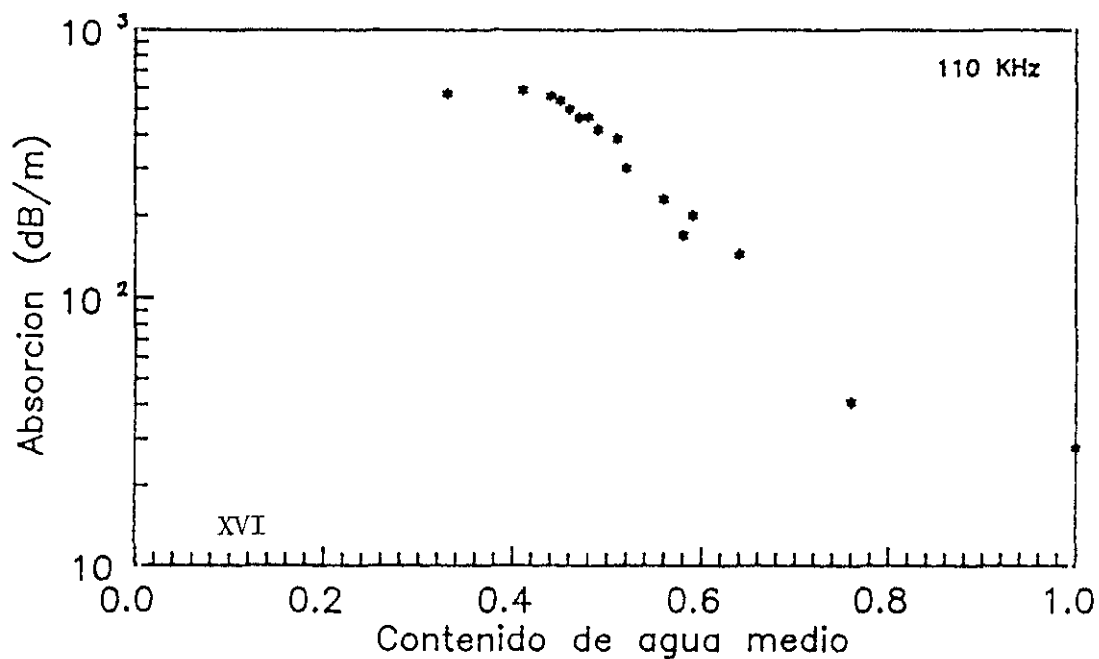
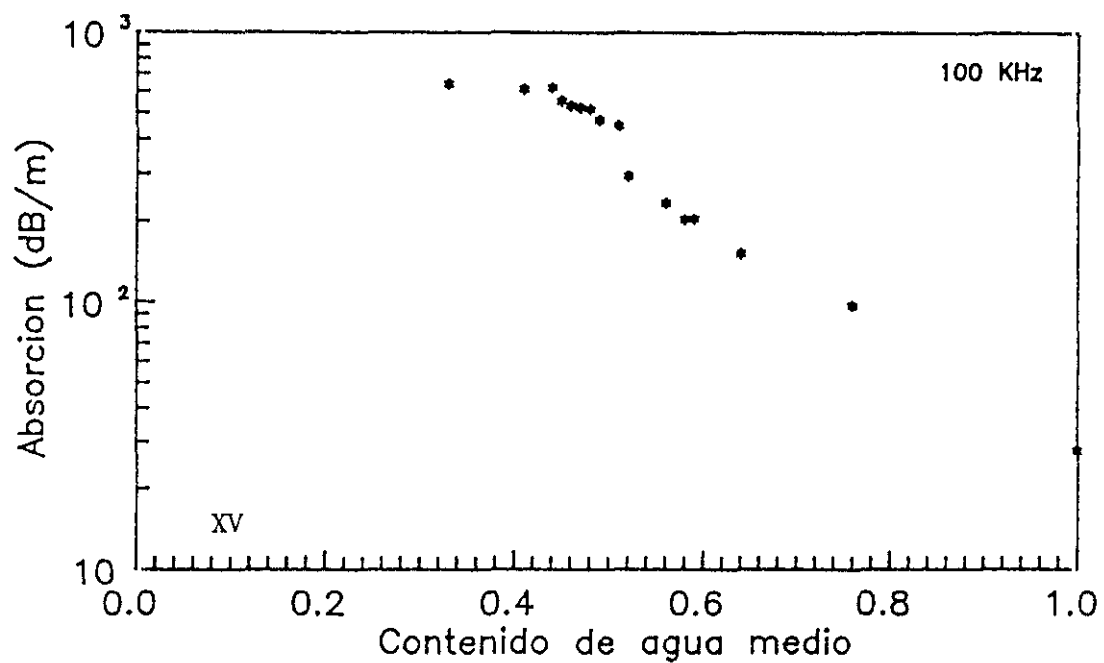
Figuras 4.12.IX-X.- Variación de la absorción con el contenido de agua medio en un sedimento arenoso a 70 KHz y 75 KHz respectivamente.



Figuras 4.12.XI-XII. - Variación de la absorción con el contenido de agua medio en un sedimento arenoso a 80 KHz y 85 KHz respectivamente.



Figuras 4.12.XIII-XIV.- Variación de la absorción con el contenido de agua medio en un sedimento arenoso a 90 KHz y 95 KHz respectivamente.



Figuras 4.12 XV-XVI.- Variación de la absorción con el contenido de agua medio en un sedimento arenoso a 100KHz y 110 KHz respectivamente.

RESUMEN Y CONCLUSIONES

El objetivo de este trabajo ha sido elaborar una generalización de la teoría de Biot para explicar la propagación de ondas acústicas en los sedimentos del fondo marino que contienen aire atrapado. Es decir, partiendo de los planteamientos que hace Biot para analizar los fenómenos que se producen en un sedimento poroso constituido por dos fases (arena y agua), hemos establecido la generalización necesaria para abordar un medio trifásico constituido por arena, agua y aire.

La solución a este problema se ha desarrollado en las siguientes etapas:

- * Establecer las relaciones que existen entre tensiones y deformaciones en un sedimento partiendo de la teoría de Consolidación.

- * Plantear las ecuaciones generales del movimiento.

- Por el hecho de haber considerado un nuevo componente en el sedimento, hemos obtenido un sistema de nueve ecuaciones diferenciales, tres más que las deducidas por Biot, apareciendo una ecuación adicional por cada dirección en el espacio.

Esta circunstancia se puede generalizar para cualquier sedimento con poros saturado de una mezcla de n fluidos, y podemos asegurar que cada fluido presente en el sistema implica el planteamiento de una nueva ecuación diferencial en cada una de las direcciones del espacio, dependiente exclusivamente de los parámetros del fluido en cuestión y de los factores de acoplamiento con el sólido.

- La solución del sistema de ecuaciones diferenciales nos ha permitido llegar a un resultado interesante. Hemos encontrado que en el sistema trifásico pueden propagarse cuatro tipos de ondas diferentes. Una de ellas es transversal y coincide con la definida por Biot, y las otras tres restantes son ondas longitudinales (una más que las deducidas por Biot), propagándose a velocidades diferentes y cuya absorción presenta un comportamiento muy distinto de unas a otras. A estas ondas las hemos denominado de "primer orden", "segundo orden" y "tercer orden".

Hemos llegado a la conclusión de que, en general, en un sedimento saturado con mezcla de n fluidos en sus poros, se propagan $n+2$ ondas; una de ellas es transversal y las $n+1$ restantes longitudinales. También es preciso puntualizar que ya no es posible distinguir entre ondas rápidas y lentas (tal y como hizo Biot), dado que sus velocidades pueden ser del mismo orden según sea la naturaleza del sedimento; por tanto únicamente hablaremos de ondas de orden n -ésimo.

- Así como la teoría de Biot estudia independientemente el comportamiento de las ondas elásticas y atenuadas imponiendo condiciones diferentes a bajas y altas frecuencias, nosotros hemos deducido las ecuaciones de propagación generalizadas válidas para cualquier tipo de ondas tanto elásticas como atenuadas, y aplicables además para cualquier frecuencia.

Esto ha sido posible al analizar en profundidad la función $F(\Gamma)$ introducida por Biot para ondas atenuadas a muy altas frecuencias ($\omega > \omega_c$) donde el movimiento del fluido deja de comportarse como un flujo de Poiseuille.

Esta función $F(\Gamma)$ aparece en las ecuaciones generalizadas y puede ser real, compleja o nula dependiendo del tipo de onda considerado.

- Hemos comprobado que la teoría de Biot se cumple perfectamente con los planteamientos de la teoría generalizada, encontrando que el sedimento de Biot se caracteriza por la presencia de una onda transversal y dos longitudinales tal y como predijo él mismo: una de primer orden que la denominó onda rápida y otra lenta que corresponde a la que hemos designado de tercer orden.

Un sedimento poroso saturado exclusivamente de aire es análogo al de Biot, siendo la única diferencia el fluido contenido en los poros. En tal sedimento también pueden propagarse una onda transversal y dos longitudinales. Al comparar ambos sedimentos algunos autores llegaron a explicar un comportamiento anómalo de la onda lenta cuando en los poros hay aire ocluido. Según la teoría generalizada no cabe tal comportamiento anómalo dado que la onda lenta en dicho sedimento presenta unas características diferentes a la del sedimento de Biot, y la hemos definido como una onda de segundo orden, siendo por tanto de distinta naturaleza en ambos sedimentos.

- Experimentalmente hemos medido las características de velocidad y absorción en sedimentos con distintos contenidos de aire y hemos comprobado que siguen una tendencia similar a las obtenidas teóricamente a partir de la generalización de la teoría de Biot.

La presencia de una pequeña proporción de burbujas de aire ocluido en el sedimento, produce un cambio radical en la velocidad de propagación de las ondas de primer orden, llegando a reducirse un 55% con respecto a la velocidad en un sedimento de Biot con solo un 13% de aire.

Así mismo, hemos realizado un análisis exhaustivo de la atenuación y hemos comprobado que la absorción aumenta con la frecuencia, siendo mayor esta variación a frecuencias bajas.

La atenuación también se ve afectada por la presencia de aire en los poros, encontrando un cambio mucho más acentuado con este parámetro que con la frecuencia, pudiendo llegar a ser hasta 40 veces mayor en un sedimento saturado de aire que en un sedimento de Biot.

- El desarrollo de este trabajo ha puesto de manifiesto que la teoría que denominamos teoría generalizada de Biot es válida para cualquier fondo sedimentario saturado de una mezcla de fluidos.

APENDICE I

GRADO DE SATURACION O CONTENIDO DE AGUA (β_1)

El grado de saturación del sedimento se define como la relación entre el volumen ocupado por el agua y el volumen total de poros⁽²⁸⁾.

Solo es posible conocer en cada momento el grado de saturación o contenido de agua medio ($\bar{\beta}_1$) existente en el agregado, pues debido a que parte del agua se eliminará por drenaje y parte por evaporación (sobre todo al final del proceso), cabe pensar que la densidad total del sedimento no será constante sino que existirá un gradiente de densidades, evaporándose el agua lentamente con la profundidad.

Como los transductores están enfrentados horizontalmente no podemos relacionar directamente la pérdida de peso en la arena con el contenido de agua en un momento determinado, dado que la distribución de agua y aire no es uniforme en todo el volumen.

En un sedimento intermedio entre el de Biot y el sedimento completamente saturado de aire podemos distinguir tres zonas diferentes en el agregado (Figura A.1):

- En la parte superior tendremos la arena completamente seca.
- En la zona intermedia existirá una mezcla de agua y aire entre los granos de arena.
- En la parte inferior la arena estará saturada de agua.

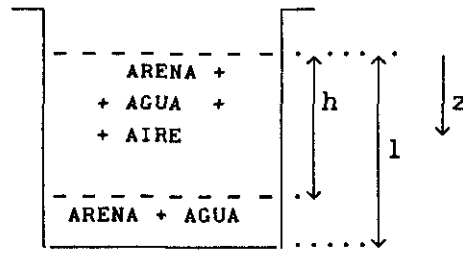


Figura A.1.- Representación de un sedimento arenoso con un contenido de agua intermedio entre el 0% y el 100%.

Por tanto la densidad del fluido en los poros dependerá de la profundidad y tendremos que considerar una densidad promedio:

$$\bar{\rho}_f = \frac{1}{l} \int_0^h \rho_f(z) dz \quad (\text{A.1})$$

En primera aproximación podemos considerar una dependencia lineal de la densidad con la profundidad:

$$\rho_f(z) = \rho_0 + az \quad (\text{A.2})$$

Las condiciones de contorno vienen impuestas por las características del propio sedimento, dado que en la superficie el fluido contenido en los poros será todo aire y a una profundidad determinada (h) será todo agua:

$$\left[\begin{array}{ll} z = 0 & \rho_f = \rho_g \\ z = h & \rho_f = \rho_l \end{array} \right. \quad (\text{A.3})$$

Imponiendo estas condiciones de contorno a la ecuación (A.2) obtenemos:

$$\begin{cases} \rho_0 = \rho_g \\ a = \frac{\rho_1 - \rho_g}{h} \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

Resolviendo la integración (A.1) llegamos a deducir que la densidad promedio del fluido en todo el volumen es:

$$\bar{\rho}_f = \rho_1 \left(1 - \frac{h}{2l}\right) + \rho_g \frac{h}{l} \quad (\text{A.5})$$

donde l es el espesor de toda la capa de arena; y la densidad total en el agregado vendrá dada por:

$$\rho = (1-\beta)\rho_s + \beta \left(\rho_1 \left(1 - \frac{h}{2l}\right) \right) \quad (\text{A.6})$$

Como en todo momento conocemos el peso (P) del sedimento, podemos escribir:

$$P = V \left((1-\beta)\rho_s + \beta \rho_1 \left(1 - \frac{h}{2l}\right) \right) \quad (\text{A.7})$$

La densidad del fluido a la profundidad x correspondiente a la zona donde están enterrados los transductores es:

$$\rho_f = \rho_g + \rho_1 \frac{x}{h} \quad (\text{A.8})$$

Como además esta densidad viene dada por la expresión (1.2.18), operando con la ecuación anterior deducimos el contenido de agua en la zona de medida, que resulta ser:

$$\beta_1 = \frac{\rho_1 \frac{x}{h}}{(\rho_1 - \rho_g)} \quad (\text{A.9})$$

Necesitamos conocer previamente el valor de \underline{h} correspondiente a la profundidad donde aparece todo el sedimento saturado de agua. Hay que tener en cuenta que este parámetro es variable, oscilando entre $h=0$ cuando se trata de un sedimento de Biot y $h=1$ cuando los poros en todo el sedimento están saturados de aire.

Teniendo en cuenta que el peso de la muestra (P) en cada medida viene dado por la ecuación (A.7), no es difícil deducir el valor de \underline{h} , ya que para el sedimento de Biot $h=0$ y entonces el peso de la muestra viene dado por la ecuación (4.2.3). Operando con ambas expresiones deducimos:

$$h = \frac{(P_B - P)}{\beta \rho_1} \cdot \frac{21}{V} \quad (A.10)$$

En definitiva, conocida la porosidad del sedimento (β) y controlando el peso (P) del sedimento en cada medida podemos obtener el valor de \underline{h} a partir de la ecuación (A.10), con lo cual, podemos conocer el contenido de agua (β_1) a partir de la ecuación (A.9) en la zona de medida.

BIBLIOGRAFIA

- 1.- E.L.HAMILTON.- *Sound Attenuation in Marine Sediments*. Naval Undersea Research and Development Center. San Diego. CA NUCTP281, 1972.
- 2.- E.L.HAMILTON.- *Variations of Density and Porosity with Depth in Deep Sea Sediments*. J.Sediment. Petrol. 46. 1976.
- 3.- A.S.AJHUA.- *A Review of the Derivations of the Formulas for the Acoustical Properties of Liquid-Solid Mixtures*. In *Physics of Sound in Marine Sediments*. L.D. Hampton. Plenum-Press. New-York. 1974.
- 4.- J.P.WATT, G.F.DAVIES and R.J.O'CONNELL.- *The Elastic Properties of Composite materials*. Rev. Geophys. Space Phys. 14. 1976.
- 5.- M.A.BIOT.- *General theory of the Three-Dimensional Consolidation*. J.A.P.12. 1941.
- 6.- M.A.BIOT.- *Consolidation Settlement under a Rectangular Load Distribution*. J.A.P.12. 1941.
- 7.- M.A.BIOT.- *Consolidation Settlement of a soil with an Impervious top Surface*. J.A.P. 12. 1941.
- 8.- M.A.BIOT.- *Bending Settlement of a Slab Resting on a Consolidating foundation*. J.A.P. 13. 1942.
- 9.- M.A.BIOT.- *Theory of elasticity and Consolidation for a porous anisotropic Solid*. J.A.P. 26(2). 1955.
- 10.- M.A.BIOT.- *Theory of propagation of elastic Waves in a Fluid-Saturated porous Solid.I. Low- Frecuency. Range*. J.A.S.A. 28(2). 1956.

- 11.- M.A.BIOT.- *Theory of propagation of Elastic Waves in a Fluid-Saturated porous Solid.II. Higer Frequency Range.* J.A.S.A. 28(2). 1956.
- 12.- R.D.STOLL and G.M.BRYAN.- *Wave attenuation of Sound in Saturated Sediments.* J.A.S.A. 47, número 5 (parte 2). 1970.
- 13.- R.D.STOLL.- *Acoustic Waves in Saturated Sediments.* In *Physics of Sound in Marine Sediments.* Editado por L.D. Hampton (Plenum-Press). New-York. 1974.
- 14.- R.D.STOLL.- *Acoustic Waves in Ocean Sediments.* Geophysics 42. 1977.
- 15.- T.J.PLONA.- *Observation of a second bulk compressional wave in a porous medium at ultrasonic frecuencies.* Appl. Phys. Lett. 36(4). 1980.
- 16.- J.G.BERRYMAN.- *Confirmation of Biot's Theory.* Appl. Phys. Lett. 37. 1980.
- 17.- P.R.OGUSHWITZ.- *Applicability of the Biot Theory.I. Low-Porosity Materials.* J.A.S.A. 77(2). 1985.
- 18.- P.R.OGUSHWITZ.- *Applicability of the Biot Theory.II. Suspensions.* J.A.S.A. 77(2). 1985.
- 19.- K.TERZAGHI.- *Principle of Soil Mecanichs.* Eng. New Records, 1925.
- 20.- D.L.JOHNSON.- and T.J.PLONA.- *Acoustic slow waves and consolidation transition.* J.A.S.A. 72(2). 1982.
- 21.- D.L.JOHNSON.- *Equivalence between fourth Sound in Liquid HeII at low Temperatures and the Biot Slow Wave in Consolidated Porous Media.* Appl. Phys. Lett. 37(12). 1980.

- 22.- L.D.LANDAU and E.M.LIFSHITZ.- *Fluids Mechanics*. Addison-Wesley. Reading Mass. 1959.
- 23.- L.D.LANDAU and E.M.LIFSHITZ.- *Mechanics of Continuous Media*. Gostekhizdat. 1984.
- 24.- C.B.OFFICER.- *Introduction of the theory of Sound transmission*. McGraw-Hill. New-York. 1958.
- 25.- V.L.STREETER (Editor).- *Handbook of Fluid Dynamics*. McGraw-Hill. 1961.
- 26.- W.L.WILKINSON.- *Non-Newtonian Fluids*. Pergamon Press. 1960.
- 27.- P.N.J.RASOLOFOSAON.- *Plane acoustic waves in linear viscoelastic porous media: Energy, particle displacement, and physical interpretation*. J.A.S.A. 89(4). 1991.
- 28.- P.LE TIRANT.- *Reconnaissance des sols en mer*. Ed. TECHNIP. 1976.
- 29.- B.YAVARI and BEDFORD.- *Comparison of numerical calculations of two Biot coefficients with analytical solutions*. J.A.S.A. 90(2). 1991.
- 30.- R.B.LINDSAY.- *Mechanical Radiation*. McGraw-Hill. 1960.
- 31.- E.L.HAMILTON.- *Geoacoustic Models of the Sea Floor*. in *Physics of Sound in Marine Sediments*. Editado por Loyd D. Hampton. Plenum-Press. New-York. 1974.
- 32.- A.B.WOOD and D.E.WESTON.- *The propagation of Sound in Mud*. *Acustica* 14. 1964.
- 33.- J.M.HOVEN, G.D.INGRAM.- *Viscous attenuation of Sound in saturated*

- sand. J.A.S.A. 66(6). 1979.
- 34.- M.A.BIOT.- *Mechanics of Deformation and Acoustic Propagation in Porous Media*. Journal of Applied Physics. 33(4). 1962.
 - 35.- M.CAMARASA.- *Propagación de ondas sonoras en fondos marinos*. Tesis de Licenciatura. Universidad Complutense. Madrid. 1981.
 - 36.- R.CARBO, M.CAMARASA y C.RANZ.- *Estudio experimental de la propagación de un impulso de corta duración en un medio inhomogéneo*. Anales de Física. Vol8(B). 1985.
 - 37.- A.BEDFORD, R.D.COSTLEY and M.STERN.- *On the drag and virtual mass coefficients in Biot's equations*. J.A.S.A. 76(6). 1984.
 - 38.- S.FENG and D.L.JOHNSON.- *High-Frequency acoustic properties of a fluid/porous solid interface.I. New-Surface Mode*. J.A.S.A. 74(3). 1983.
 - 39.- J.M.HOVEN.- *The Nonlinearity parameter of Saturated marine Sediments*. J.A.S.A. 66(5). 1979.
 - 40.- R.D.STOLL and L.DOHERTY.- *Acoustic waves in marine sediments*. Ocean Seismo-Acoustics. Plenum-Press. 1986.
 - 41.- F.ARREDONDO.- *Estudio de materiales. V-HORMIGONES*. Consejo Superior de Investigaciones Científicas. Instituto E. Torroja de la Construcción y del Cemento. Madrid. 1966.
 - 42.- C.K.WENTWORTH.- *A Scale of Grade and Class for Clastic Sediments*. J. Geology. 30. 1922.
 - 43.- F.P.SHEPARD.- *Nomenclature Based on Sand-Silt-Clay Ratios*. J.

Sediment. Petrol. 24. 1954.

- 44.- E.L.HAMILTON, R.T.BACHMAN.- *Sound Velocity and related Properties of Marine Sediments*. J.A.S.A. 72(6). 1982.
- 45.- M.A.BIOT y D.G.WILLIS.- *The Elastic coefficients of the theory of Consolidation* . Journal of Applied Mechanics. 24. 1957.
- 46.- F.GASSMAN.- *Elastic Waves through a Packing of Spheres*. Geoacustics. Vol.16. 1951.
- 47.- K.ATTEMBOROUGH.- *On the Acoustic slow waves in air filled granular media*. J.A.S.A. 81. 1987
- 48.- R.D.STOLL y T.K.KAN.- *Reflection of Acoustic waves at a water-sediment Interface*. J.A.S.A. 70(1). 1981.
- 49.- J.E.SANTOS, J.M.CORBERO, J.Jr,DOUGLAS.- *Static and dynamic behaviour of a porous solid saturated by a two-phase fluid*. J.A.S.A. 87(4). 1990.
- 50.- R.CARBO, M.CAMARASA.- *Velocidad de propagación y absorción de energía de ondas acústicas en el sistema trifásico agua-arena-aire*. Anales de Física. Vol.85. 1989.
- 51.- L.E.KINSLER, A.R.FREY, A.B.COPPENS, J.V.SANDERS.- *Foundamentals of Acoustics*. John Wiley & Sons. 3ª Edición. 1982
- 52.- A.TURGUT and T.YAMAMOTO.- *Measurements of acoustic wave velocities and attenuation in marine sediments*. J.A.S.A. 87(6). 1990.
- 53.- M.STERN, A.BEDFORD, H.R.MILLWATER.- *Wave reflection from a Sediment layer with depht-dependent properties*. J.A.S.A. 77(5). 1985.

- 54.- A.L.ANDERSON and L.D.HAMPTON.- *Acoustics of gas-bearing sediments.I. Background.* J.A.S.A. 67(6). 1980.
- 55.- R.J.URICK.- *The absorption of Sound in Suspensions of irregular particles.* J.A.S.A. Vol.20. num.3. 1948.
- 56.- N.W.McLACHLAN.- *Bessel Functions for Engineers.* Clarendon Press. Oxford. England. 1934.
- 57.- P.PUIG ADAMS.- *Ecuaciones Diferenciales. Nuevas gráficas.* Madrid. 1962
- 58.- W.H.PRESS, B.P.FLANNERY, S.A.TEUKOLSKY, W.T.VETTERLING.- *Numerical Recipes. The Art of Scientific Computing.* Cambridge University Press. 1986.
- 59.- A.UDIAS,S.J.- *Introducción al cálculo numérico.* Instituto Geográfico y Catastral. Madrid. 1969.
- 60.- J.STOER, R.BULIRSCH.- *Introduction to Numerical Analysis.* Springer-Verlag. New-York. 1980.
- 61.- A.RALSTON, P.RABINOWITZ.- *A First Course in numerical Analysis.* McGraw-Hill. 2^a Ed. New-York. 1978.
- 62.- E.L.HAMILTON.- *Acoustic Properties of Sediments.* In *Acoustic and Ocean Bottom.* Editado por A.LARA, C.RANZ, C.CARBO (C.S.I.C.). Madrid. 1987.
- 63.- A.C.KIBBLEWHITE.- *Attenuation of Sound in marine sediments: A review with emphasis on new low-frequency data.* J.A.S.A. Vol.86(2). 1989.
- 64.- D.J.WINGHAM.- *The Dispersion of Sound in Sediments.* J.A.S.A. 78. 1985.

- 65.- QING-RUI-LIU.- *The discovery of a second Kind of rotational wave in a fluid-filled porous material.* J.A.S.A. 88(2). 1990.
- 66.- B.F.COLE.- *Marine Sediment Attenuation and Ocean Bottom Reflected Sound.* J.A.S.A. 38. 1965.
- 67.- L.D.HAMPTON.- *Acoustic Properties of Sediments: An Update.* Rev. Geophys. 23. 1985.
- 68.- T.H.ORSI.- *Sound velocity and related physical properties of fine-grained abyssal sediments from Brazil Basin (South Atlantic Ocean).* J.A.S.A. 88(3). 1990.
- 69.- X.M.TANG, C.H.CHENG, M.N.TOKSOZ.- *Dynamic permeability and borehole Stoneley waves: A simplified Biot-Rosenbaum model.* J.A.S.A. 90(3). 1991.
- 70.- TOLSTOI and CLAY.- *Ocean Acoustics: Theory and Experiments in Underwater Sound.* McGraw-Hill. 1966.
- 71.- C.CLAY, H.MEDWIN.- *Acoustical Oceanography. Principles and Applications.* Wiley- Interscience publication. 1977.
- 72.- L.J.ZIOMEK.- *Underwater Acoustics. A linear Systems theory Approach.* Academic Press. INC. 1985.
- 73.- J.W.LEE.- *Statistical Theory of Communications.* John Wiley & Sons. INC. New-York. 1960.
- 74.- R.B.RANDALL, B.TECH.- *Application of B&J Equipment to FREQUENCY ANALYSIS.* Brüel & Kjaer. 1977.
- 75.- N.WIENER.- *Extrapolation, Interpolation and Smoothing of Stationary*

- Time Series*. The Technology Press of the Massachusetts Institute of Technology. Cambridge. Mass and John Wiley & Sons. New-York. 1950.
- 76.- A.BLANC-LAPIERRE and B.PICINBONO.- *Propeties Statistique du bruit de fond*. Masson et Cie. 1961.
- 77.- R.E.SHERIFF.- Ed. Society of Exploration Geophysics. Tulsa. Okla. 1973.
- 78.- M.CAMARASA, R.CARBO.- *Reflexión de ondas acústicas en medios porosos: Variación del ángulo límite con la porosidad*. Anales de Física. Vol. 82. 1986.
- 79.- R.CARBO, M.CAMARASA y C.RANZ.- *Modelo aústico de fondo marino: Cálculo del coeficiente de reflexión complejo, $R(w)$, para un fondo semi-infinito y una capa, ambos con gradiente de densidad*. Anales de Física. Vol. 87(B). 1983.
- 80.- LORD RAYLEIGH.- *The Theory of Sound*. Vol.II. Dover Publications. Inc. New-York. 1945.
- 81.- R.J.URICK.- *Principles of Underwater Sound*. McGraw-Hill Company. 1967.

